COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 19 FÉVRIER 1900,

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE LÉVY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

THERMOCHIMIE. — *Recherches sur l'isomérie des dérivés sulfocyaniques,* par M. BERTHELOT.

« Les acides organiques qui dérivent de la double fonction acide et alcoolique sont susceptibles de fournir eux-mêmes deux séries de dérivés, dont certains isomères. Par exemple, les acides à 3 atomes d'oxygène, $C^nH^{2p}O^3$, peuvent s'unir à d'autres composés, en perdant leur oxygène à l'état d'eau par phases successives. Unis à l'ammoniaque en particulier, ils engendrent d'une part, en vertu de la fonction acide, un amide normal, avec élimination d'un atome d'oxygène, et un premier nitrile, avec élimination de 2 atomes d'oxygène; le tout à la facon des acides à fonction simple $C^nH^{2p}O^2$. Ce nitrile conserve, en partie du moins, la fonction alcoolique.

» D'autre part, en vertu de la fonction alcoolique, ces mêmes acides engendrent, d'abord un acide-alcali, avec perte d'un atome d'oxygène sous forme d'eau; puis l'anhydride interne (lactone) de cet acide avec perte d'un second atome d'oxygène : les corps résultants conservent, en partie du moins, la fonction acide.

» L'élimination du troisième atome d'oxygène ramène les deux séries de dérivés à un état identique, celui d'un dernier nitrile exempt d'oxygène.

» Cette théorie trouve, en principe, son application la plus simple dans l'étude des dérivés de l'acide carbonique sulfuré, CM^2S^3.

» En particulier, on admet qu'il doit exister deux types isomères, dérivés de l'union de l'acide sulfocarbonique et de l'ammoniaque, avec perte de deux atomes de soufre, sous la forme de $2H^2S$, équivalente à $2H^2O$,

$$CH^2S^3 + AzH^3 - 2H^2S = CHAzS;$$

ce sont les acides cyanique et isocyanique sulfurés, dont on connaît les éthers, c'est-à-dire les dérivés des radicaux alcooliques R,

$$CNRS \quad \text{ou} \quad Az \equiv C - S - R,$$

éthers proprement dits d'un acide amidé, et

$$CSNR \quad \text{ou} \quad S = C = Az - R.$$

imides d'un acide éthéré.

» Les derniers sont des isosulfocyanures. On les a appelés aussi du nom générique de *senfoel* (essence de moutarde), parce que cette essence naturelle est constituée en grande partie par l'isosulfocyanure d'allyle.

» Enfin, on a observé que les éthers sulfocyaniques normaux se transforment aisément, et même spontanément, en leurs isomères.

» Il m'a paru de quelque intérêt de faire l'étude thermochimique de cette isomérie remarquable.

I. — Sulfocyanure de méthyle : $C^2H^3AzS = 73$.

» Fourni par Kahlbaum. Rectifié de nouveau à point fixe : 130° ($H = 0^m,770$). Liquide.

Analyse.

	Trouvé.	Calculé.
C	32,3	32,8
H	4.33	4,1
S [1]	43,87	43,83

[1] Dosé après combustion calorimétrique, dans la bombe même.

Chaleur de combustion pour des poids voisins de 1gr, 2.

Rapportée à 1gr...... 6196cal,8; 6197cal,6; 6185cal,5.

Chaleur de combustion pour le poids moléculaire	à volume constant...	+452Cal,1
» »	à pression constante.	+453Cal,1

» On forme ainsi SO^4H^2 étendu.

Chaleur de formation par les éléments........................ — 19Cal,9

» Dans la combustion de ce composé, il se forme une dose exceptionnelle d'acide azotique, AzO^3H, telle que 0gr,118 et 0gr,126; dose triple ou quadruple de la dose formée dans les combustions de la plupart des composés organiques, aux dépens tant de l'azote du composé que de l'azote libre que l'oxygène composé renferme toujours. Cette dose exceptionnelle varie d'ailleurs avec le poids de l'éther sulfocyanique brûlé et diminue en même temps que ce poids.

» D'après les mesures de M. Joannis, la formation de l'acide cyanique sulfuré dissous, par les éléments, absorbe —18Cal,5; l'acide pur répondrait à une valeur numérique : —18,5 + S, étant sa chaleur de dissolution, sans doute positive.

» On voit dès lors que la substitution de CH^3 à H absorbe ici de la chaleur, comme dans les autres cas où l'azote est lié au carbone.

II. — Isocyanure de méthyle = 73.

» Cristallisé, fusible à +35°.

Analyse.

	Trouvé.	Calculé.
C................	32,9	32,9
H................	4,2	4,1
S [1]............	43,8	43,87

Chaleur de combustion pour 1gr..............	6053cal,6	6045,4	6061,1
Pour le poids moléculaire, à volume constant..	+441Cal,6		
à pression constante.	+442Cal,6		
Formation par les éléments.................	—9Cal,4 (état solide)		

» Ainsi la transformation du sulfocyanure normal en isosulfocyanure dégage +10Cal,5. Il faut en déduire la chaleur de solidification de l'iso,

(1) Dosé dans la bombe.

soit $+2^{Cal}$ environ, ce qui ramène la transformation vers $+8^{Cal}$ à 9^{Cal}. Le signe de cette quantité concorde avec le sens de facilité de la transformation chimique réciproque des isomères.

III. — Sulfocyanure d'éthyle : $C^3H^5AzS = 87$.

» Le produit fourni sous ce nom par Kahlbaum était impur, par exception, et mélangé avec un composé plus riche en soufre et plus pauvre en azote, dont il m'a été impossible de le séparer. Après plusieurs rectifications à point fixe (145°), le produit contenait 2 centièmes de soufre en plus, et 2 centièmes d'azote en moins (1). Il a été rectifié de nouveau à une basse pression (37^{mm}) et à basse température (56°), sans que sa composition ait été modifiée (2). Il renfermait sans doute quelque éther sulfocarbonique, de point d'ébullition identique, ou presque identique.

» C'est pourquoi nous avons préparé nous-même le sulfocyanure d'éthyle, en distillant un mélange de sulfovinate de potassium et de sulfocyanure de potassium, à la plus basse température possible, par le procédé de Cahours. On a décanté l'eau, séché le produit sur du chlorure de calcium fondu, puis on l'a rectifié à point fixe, à 143°. Liquide

Analyse.

	Trouvé.	Calculé.
C	41,2	41,37
H	5,8	5,7
Az	16,2	16,1
S	36,8 (3) 36,7 (4)	36,8

---

(1)

C	41,0
H	6,1
S	38,6
Az	14,2

On voit que le dosage du carbone et de l'hydrogène est insuffisant pour établir la pureté du composé.

(2)

C	41,2
H	6,2
S	38,5

(3) Par le carbonate de soude et l'oxygène.

(4) Dans la bombe.

Chaleur de combustion pour 1gr	7037cal,6	7043,6
Pour le poids moléculaire, à volume constant	+612Cal,5	
» à pression constante	+613Cal,8	
Formation par les éléments	−17,25 (liquide)	

» Il y a un excès de + 2Cal,7 par rapport au dérivé méthylé ; excès dont l'existence est conforme aux analogies.

IV. — Isosulfocyanure d'éthyle = 87.

» Distillé à point fixe : 131°5-132° (0m,765).

Analyse.

	Trouvé.	Calculé.
C	41,2	41,36
H	5,8	5,7
S (1)	36,8	36,8

Chaleur de combustion pour 1gr	6934cal,5	6922,8
Pour le poids moléculaire, à volume constant	+602Cal,8	
» à pression constante	+604Cal,1	
Formation par les éléments	−7Cal,6 (liquide)	

» La transformation du composé éthylique normal en iso dégage +9Cal,6; ce qui concorde avec le résultat observé pour les éthers méthyliques. La relation tant chimique que thermochimique peut donc être regardée comme générale.

V. — Isosulfocyanure de phényle (Phénylsenfoel) : $C^7H^5SAz = 135$.

» Rectifié à point fixe : 221°,5 (therm. non corrigé).

Analyse.

	Trouvé.	Calculé.
C	62,2	62,2
H	3,9	3,7
S (2)	23,65	23,7

Chaleur de combustion pour 1gr	7539cal,3	7556cal,8
Pour le poids moléculaire, à volume constant	+1019Cal,0	
» à pression constante	+1020Cal,3	
Formation par les éléments	−46,5 (liquide)	

(1) Dans la bombe.

(2) Dans la bombe.

» Entre le dérivé éthylé (C^3) et le dérivé phénylé (C^7), de *même* fonction, la différence est -39^{Cal}.

» Or, entre les alcools propylique et benzylique, la différence est

$$70,8 - 78,6 = -37,8,$$

ce qui concorde suffisamment.

» Quant au sulfocyanure de phényle normal, on sait qu'il se change de lui-même et rapidement en iso; ce qui n'a pas permis de l'étudier.

VI. — ISOSULFOCYANURE D'ALLYLE : $C^4H^5AzS = 99$. (Essence de moutarde.)

» Rectifié à point fixe : 151°.

Analyse.

	Trouvé.	Calculé.
C	48,5	48,5
H	5,25	5,05
S (1)	32,2	32,3

Chaleur de combustion pour 1gr	$7376^{cal},1$	$7395^{cal},1$
Pour le poids moléculaire, à volume constant		$+ 731^{Cal},2$
» à pression constante		$+ 732^{Cal},6$
Formation par les éléments		$- 41^{Cal},8$ (liquide)

» Le sulfocyanure normal n'a pas été examiné, à cause de sa rapide transformation en isomère.

» J'ai cru devoir joindre à l'étude de l'isosulfocyanure d'allyle celle de son dérivé ammoniacal, ou *urée allylsulfurée*.

VII. — THIOSINAMINE : $C^4H^8Az^2S = 116$.

» Cristallisée. Ne perd pas de son poids dans le vide.

Analyse.

	Trouvé.	Calculé.
C	41,1	41,05
H	7,05	7,0
S (2)	27,0	27,0

(1) Bombe.
(2) Bombe.

Chaleur de combustion pour 1gr...........	$6817^{cal},4$	$6809^{cal},8$
Pour le poids moléculaire, à volume constant...........		$+790^{Cal},4$
» à pression constante..........		$+781^{Cal},8$
Formation par les éléments..........................		$-6^{Cal},48$

» D'où il suit que la réaction génératrice

$$C^4H^5AzS \text{ liq.} + AzH^3 \text{ liq.} = C^4H^8Az^2S \text{ solide, dégage } + 18^{Cal},7$$
$$-41,8+16,6 \qquad\qquad 6,5$$

(nombre dont il faudrait déduire la chaleur de formation F pour rendre les états comparables).

» Ce dégagement de chaleur est fort voisin de celui qui répond à la transformation de l'acide cyanique dissous et de l'ammoniaque dissoute en urée dissoute, soit la forme de deux effets : neutralisation et changement isomérique :

$$+10,9+8,3=+19,2.$$

(*Thermochimie : Données numériques,* t. II, p. 172). »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la détermination des intégrales de certaines équations aux dérivées partielles par leurs valeurs sur un contour fermé;* par M. **Émile Picard**.

« J'ai repris l'année dernière (*Comptes rendus,* 19 juin 1899) mes anciennes recherches sur l'extension du problème de Dirichlet aux équations linéaires aux dérivées partielles du type elliptique. Prenant en particulier l'équation

$$(1) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+a\frac{\partial u}{\partial x}+b\frac{\partial u}{\partial y}+cu=0,$$

dans le cas où les coefficients a, b, c sont des fonctions analytiques de x et y, j'ai indiqué comment on pouvait établir l'existence de l'unique solution prenant sur un contour régulièrement analytique *suffisamment petit* une succession donnée de valeurs, en supposant que cette succession représentât une fonction continue ayant seulement un nombre limité de maxima et de minima. Je voudrais montrer aujourd'hui que cette dernière restriction peut être levée, et que le problème peut être résolu sous la seule condition que la succession donnée des valeurs soit continue.

» Sans nous servir même du résultat que je viens de rappeler, il suffira de partir de la solution que j'ai indiquée autrefois du problème (*Journal de l'École Polytechnique*, 1890), en admettant que la fonction donnée sur le contour ait des dérivées première et seconde. Nous supposons d'ailleurs, ce qui ne restreint pas la généralité, que le contour soit une circonférence C, et nous désignons la fonction donnée sur la circonférence par $F(\theta)$. Je commence alors par montrer, ce qui est le point capital déjà indiqué (*Comptes rendus, loc. cit.*), que dans toute aire Γ intérieure à C, les valeurs absolues des dérivées premières et secondes de la fonction u satisfaisant à (1) et prenant sur C les valeurs $F(\theta)$ sont moindres que kM [k étant un nombre fixe indépendant de F, et M représentant le maximum de $|F(\theta)|$]. On voit, en outre, facilement que pour tout point à l'intérieur de C, on a

$$|u| < \lambda M,$$

λ étant aussi un nombre fixe. On suppose, bien entendu, dans tout cela que la circonférence C est suffisamment petite.

» Ceci posé, prenons une fonction continue périodique quelconque $f(\theta)$. On sait que l'on peut la développer en une série

$$f(\theta) = f_1(\theta) + f_2(\theta) + \ldots + f_n(\theta) + \ldots,$$

les $f_i(\theta)$ étant des suites limitées de Fourier, et cela de telle façon que

$$|f_n(\theta)| < \varepsilon_n,$$

les ε étant des constantes et la série $\varepsilon_1 + \ldots + \varepsilon_n + \ldots$, étant convergente.

» Formons maintenant l'intégrale $u_n(x, y)$ prenant sur C la valeur $f_n(\theta)$; c'est un problème que nous savons résoudre. Il faut montrer que l'intégrale de (1) prenant sur C la valeur $f(\theta)$ est représentée par

$$(2) \qquad u_1(x, y) + u_2(x, y) + \ldots + u_n(x, y) + \ldots.$$

» Or, avec les remarques faites plus haut, ceci ne présente plus de difficultés. La série (2) prend d'abord sur C la valeur $f(\theta)$. D'autre part, dans toute aire Γ intérieure à C, les séries des dérivées premières et secondes telles, par exemple, que

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial u_2}{\partial x} + \ldots + \frac{\partial u_n}{\partial x} + \ldots,$$

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + \ldots + \frac{\partial^2 u_n}{\partial x^2} + \ldots;$$

sont uniformément convergentes, ce qui suffit à établir que la fonction

$$U = u_1 + u_2 + \ldots + u_n + \ldots$$

satisfait à l'équation différentielle

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + a\frac{\partial U}{\partial x} + b\frac{\partial U}{\partial y} + cU = 0.$$

» La recherche de l'intégrale continue de l'équation (1) prenant des valeurs données sur un contour régulièrement analytique et suffisamment petit, est donc complètement effectuée sous la seule condition que *la succession des valeurs données soit continue*. Les différentes hypothèses restrictives faites sur ces valeurs disparaissent donc. Je rappelle que si l'on ne fait pas l'hypothèse que les coefficients soient analytiques, et si l'on suppose seulement que a, b, c ont des dérivées premières continues, on est obligé d'admettre avec mes modes de démonstrations que la fonction donnée sur le contour a des dérivées des trois premiers ordres.

» Le résultat général que nous venons d'obtenir trouve évidemment son application dans divers cas particulièrement intéressants. Ainsi dans une région du plan (x, y) où le coefficient c est négatif, une intégrale continue est complètement déterminée par ses valeurs sur un contour de dimensions quelconques régulièrement analytique; d'après ce qui précède, les valeurs sur le contour ne seront assujetties qu'à la seule condition de représenter une fonction continue. »

GÉOLOGIE. — *Déformation tétraédrique de la Terre et déplacement du pôle.* Note de M. **Marcel Bertrand**.

« Lowthian Green ([1]) a le premier signalé, dans les traits de la géographie actuelle, les éléments d'une symétrie tétraédrique.

» Il y a, suivant trois fuseaux méridiens, trois Océans qui séparent (en admettant une continuation virtuelle de la mer Rouge vers le nord) trois masses continentales d'importance à peu près équivalente. Chacun des continents a sa pointe tournée vers le sud, où elle se perd dans une mer circumpolaire, entourant un continent antarctique; les pointes sont déviées vers l'est et, vers le milieu de chaque masse continentale, il y a une coupure, une grande dépression presque équatoriale : la Méditerranée

---

([1]) *Vestiges of the molten globe*, London, 1873.

entre l'Europe et l'Afrique, les détroits de la Sonde entre l'Asie et l'Océanie, l'isthme de Panama, entre les deux Amériques. C'est cette dépression qui, prolongée par la pensée à travers les Océans, forme au globe une ceinture continue et a reçu par extension le nom de *dépression méditerranéenne*.

» Lowthian Green a, je crois, le premier appliqué le principe d'isostasie, en expliquant que le soulèvement des continents au nord et leur abaissement progressif au sud suffisait, par suite de la rotation de la Terre (les points arrivant à leur nouvelle position avec une vitesse ou trop grande ou trop faible), à produire la déviation vers l'est des pointes méridionales. Il a été plus loin et a suggéré que le mouvement inverse des parties nord et sud avait pu, par torsion, produire la dépression méditerranéenne. Pour lui, la Terre serait assimilable à un tétraèdre presque régulier, à faces et arêtes assez courbes pour s'écarter très peu de la sphère terrestre; le sommet du tétraèdre serait au pôle Sud et la base serait formée par un plan passant par les centres de gravité des trois masses continentales.

» Lowthian Green a poussé très loin les conséquences de cette assimilation, jusqu'à en déduire, par le calcul de l'attraction du Soleil sur les saillies tétraédriques (comparables comme masse au bourrelet équatorial), l'angle de l'équateur avec l'écliptique.

» Mais un tétraèdre fixe ne peut rendre compte de l'incessante variation des formes du globe, et la brillante conception de Lowthian Green est restée stérile pour la géologie, jusqu'au jour où M. Michel-Lévy eut l'idée, simple et féconde ([1]), d'appliquer la même notion à l'étude des roches volcaniques. M. Michel-Lévy considéra l'ensemble des roches tertiaires et montra que la plupart d'entre elles se coordonnent suivant les arêtes d'un tétraèdre presque régulier. Ce tétraèdre n'est plus celui de Lowthian Green; il n'a plus son sommet au pôle Sud, mais à un point qui en est distant d'une vingtaine de degrés.

» Les roches volcaniques sont sorties par des lignes de fractures; M. Michel-Lévy substituait donc à la notion un peu arbitraire des formes géographiques, un phénomène précis et bien défini; il a pu en conclure, non plus que la Terre tend vers une figure tétraédrique, mais qu'elle se fend suivant les arêtes d'un tétraèdre. De plus, en ne faisant plus passer au pôle l'axe de ce tétraèdre, il suggérait implicitement ([2]) l'idée de son déplacement probable dans les temps géologiques.

» M. Michel-Lévy, en appliquant son étude à l'ensemble des roches tertiaires, se donnait un certain jeu, et il en a naturellement profité pour choisir, entre toutes les figures possibles, celle qui se rapprochait le plus d'un tétraèdre régulier. Il a fort heureusement ainsi remis en faveur l'idée de la déformation tétraédrique, conforme au fond à ce que donnent les expériences de Fairbairn, sur l'écrasement des tubes à section circulaire. Cette première approximation était presque nécessaire pour que la notion de l'importance théorique du tétraèdre pût se dégager et se répandre. Une fois cette importance admise, au lieu de négliger, comme on en aurait été tenté,

---

([1]) *Sur la coordination et la répartition des fractures et des effondrements de l'écorce terrestre* (*Bull. Soc. Géol.*, 3e série, t. XXVI, p. 105).

([2]) M. Michel-Lévy conclut à la fixité probable des arêtes méridiennes, et à une variabilité des arêtes de base autour de leur position moyenne.

le tétraèdre vrai et dissymétrique, on se dit que, s'il n'est plus régulier, il l'a été et qu'il ne l'est plus, *parce qu'il a été déformé.*

» Il n'en est pas moins vrai que la conception du tétraèdre ne pouvait porter tous ses fruits, tant que l'idée de symétrie primait celle de variabilité, et tant que l'on ne s'attachait pas à ne considérer que le tétraèdre relatif à une époque bien déterminée. C'est ce que j'ai essayé de faire en ne m'occupant que des éruptions actuelles. J'ai pris simplement une carte des volcans actuels ou historiques, et je les ai joints par des lignes continues. Là où les intervalles étaient trop grands, je me suis servi du principe que les éruptions ont lieu suivant les lignes de dépression, et j'ai trouvé ainsi que toutes les éruptions actuelles, *sans exception,* s'ordonnent suivant six lignes légèrement sinueuses que, pour simplifier le langage, j'appellerai des grands cercles déformés. Trois d'entre eux dessinent la zone méditerranéenne et se coupent deux à deux aux points de rencontre des lignes méridiennes. Les trois autres vont converger non loin des pôles. Pour que les six lignes comprennent réellement tous les points volcaniques, il faut admettre en outre que localement elles s'épaississent en quelque sorte ou plutôt se dédoublent pour embrasser des aires de dépression ou d'activité volcanique (*fig.* 1). Le fait est notamment marqué pour quatre des sommets [1], comme si les pointes tétraédriques y étaient remplacées par quatre troncatures.

» En réalité, si l'on remplace les trois cercles de la zone méditerranéenne par les trois côtés d'un triangle moyen, on voit que les lignes de la figure dessinent deux tétraèdres opposés par la base, avec six de leurs arêtes médianes.

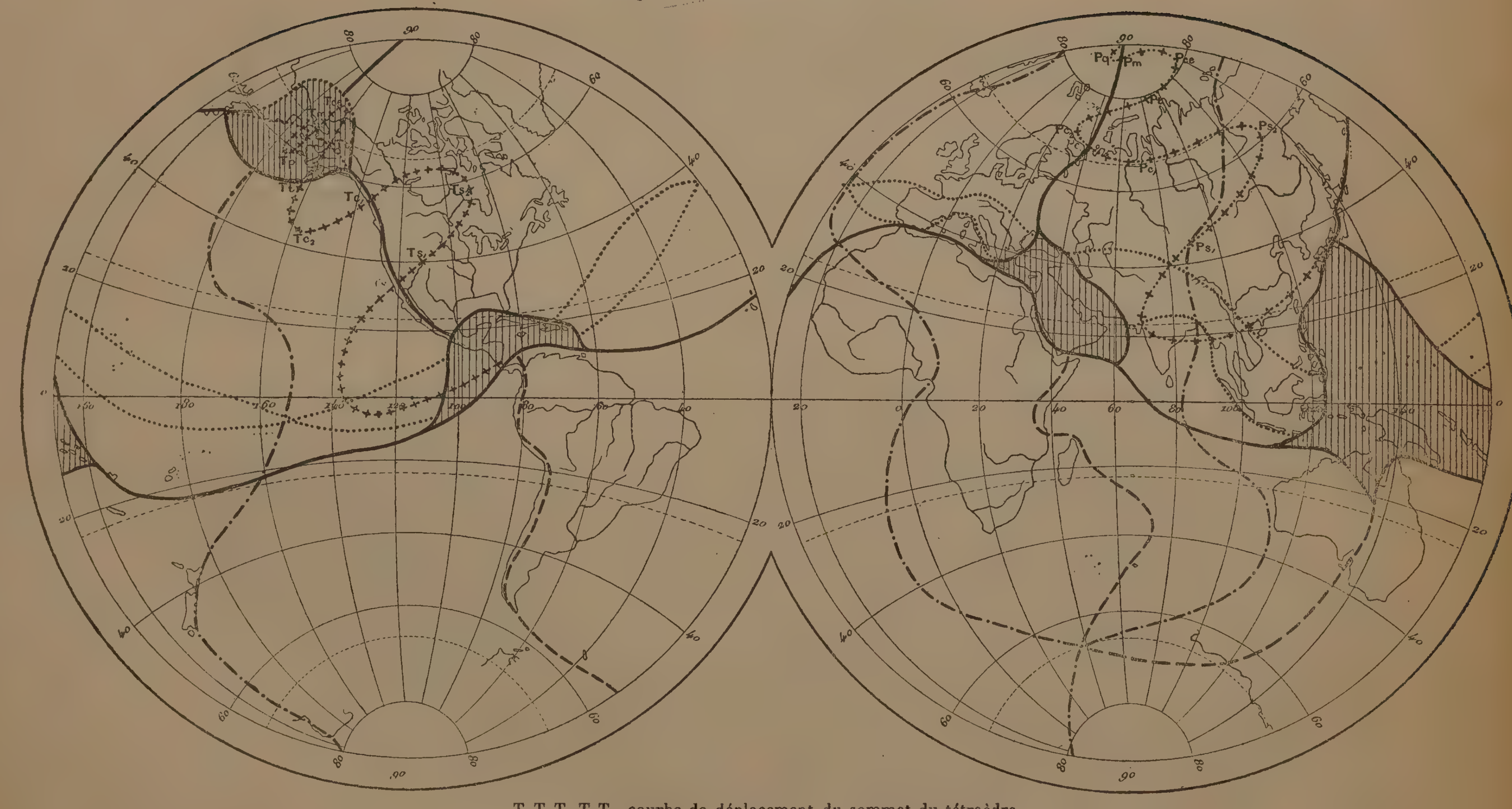
» Entre ces deux tétraèdres, la répartition des évents volcaniques se fait à peu près également; il n'y aurait donc pas lieu, d'après la figure, d'attacher plus d'importance à l'un qu'à l'autre; mais la spécialisation des éruptions suivant les six grands cercles indique avec évidence que ce sont les lignes suivant lesquelles les matières lourdes et fondues de l'intérieur sont les plus rapprochées de la surface. Ce sont donc précisément les lignes dont j'ai parlé dans ma Note précédente et le long desquelles, par suite de l'augmentation de la pesanteur, se forment les géosynclinaux qui précèdent les chaînes de montagnes. Or, quand nous suivrons le déplace-

---

(1) Il en serait probablement de même, si l'on avait plus de documents, pour le cinquième sommet, près du pôle Sud.

Fig. 1.

TÉTRAÈDRE DES FRACTURES VOLCANIQUES
et ligne de déplacement du pôle



$T_a T_q T_m T_s T_s$, courbe de déplacement du sommet du tétraèdre.

T_a, T_q, T_m, T_{ce}, T_t, T_{c_2}, T_{c_1}, T_{s_2}, T_{s_1}, positions du sommet du tétraèdre, aux époques actuelle, quaternaire, miocène, cénomanienne, triasique et à celles du carbonifère supérieur (c_2), du carbonifère inférieur (c_1), du silurien supérieur (s_2) et du silurien inférieur ou cambrien (s_1).

$PP_a P_m P_t$, $P_c P_s$, courbe auxiliaire de déplacement relatif du pôle.

Nota. — Les deux lignes pointillées, dans le sud de l'Asie ont été mal reproduites et devraient se couper sur l'arête médiane.

ment de la figure dans les temps géologiques, nous verrons que toutes les chaînes, à l'exception des Andes, se sont formées suivant les arêtes du tétraèdre nord ; c'est donc celui qu'il importe de considérer; c'est celui dont les arêtes ont été marquées en traits pleins sur la figure.

» Ce tétraèdre est très loin d'être régulier, plus même que ne l'est le tétraèdre sud ; mais tel qu'il est, et par cela seul qu'il est vrai, il devient un merveilleux instrument de recherches, qui conduit sans effort à des conséquences capitales.

» Et d'abord, un des sommets est, auprès du détroit de Behring, *sur le cercle polaire*. Or, dans l'origine, par raison de symétrie, un axe du tétraèdre devait coïncider avec l'axe de rotation. De plus, du moment que l'axe des pôles est variable, qu'on ne peut plus le considérer comme ayant une position fixe déterminée par une impulsion initiale, il a dû certainement au début coïncider avec l'axe de l'écliptique. A l'origine de l'histoire de la Terre, l'axe de l'écliptique, l'axe des pôles et l'axe du tétraèdre ne faisaient qu'une seule et même droite. L'axe des pôles ne coïncide plus avec l'axe, sensiblement invariable, du système solaire; il s'est donc déplacé. Le sommet du tétraèdre est sur le cercle polaire ; l'axe des pôles s'est donc déplacé par rapport à lui du même angle qu'il s'est déplacé par rapport à l'écliptique.

» On peut se demander, il est vrai, si ce n'est pas là un simple hasard, ou un fait accidentel, spécial à l'époque actuelle. D'autres coïncidences, plus singulières encore, m'ont empêcher de m'arrêter à cette idée. J'ai montré autrefois que l'écorce terrestre se plisse suivant un système fixe de lignes orthogonales, figurant un réseau de méridiens et de parallèles; j'avais dès lors fait remarquer que le point de croisement des méridiens devait marquer la position originelle du pôle au début des temps géologiques. J'avais dit que le point de convergence était situé au-dessus de l'île Patrick (¹); mais, en reprenant mes anciens tracés, j'ai vu qu'on pouvait seulement répondre de l'existence d'un faisceau très aminci, et non d'un point géométrique de convergence. Or ce faisceau aminci, prolongé de quelques dégrés, va passer au sommet du tétraèdre. D'autre part, Lowthian Green a indiqué que la dépression méditerranéenne, avec son prolongement par la région des détroits de la Sonde et de l'isthme de Panama, dessine assez exactement un petit cercle dont l'angle avec l'équateur est égal à l'angle de l'écliptique. Le pôle de ce petit cercle vient encore se placer au sommet du tétraèdre.

(¹) *Bull. Soc. Géol.*, 3e série, t. XX, p. 164.

» Toutes ces coïncidences me semblent légitimer la conviction que le sommet du tétraèdre était le pôle primitif, et que l'axe qui lui correspond était l'axe primitif de rotation. Cet axe, par suite de la rotation actuelle, décrit journellement un cône, dont l'axe de l'écliptique est une des génératrices. Si l'on suppose la rotation de la Terre arrêtée, à quelque moment qu'on l'arrête et quelque mouvement propre qu'on prête à l'axe du tétraèdre par rapport à l'écliptique, l'axe des pôles doit prendre part solidairement à ce mouvement, pour que la distance angulaire du sommet et du pôle reste celle qui est donnée par l'observation. Tant que nous n'aurons donc à parler que de mouvements relatifs à la Terre, nous pourrons raisonner comme si l'axe du tétraèdre restait fixe. En d'autres termes, l'axe du tétraèdre et, par conséquent, le tétraèdre ne participent pas au mouvement qui entraîne et fait varier de position l'axe des pôles.

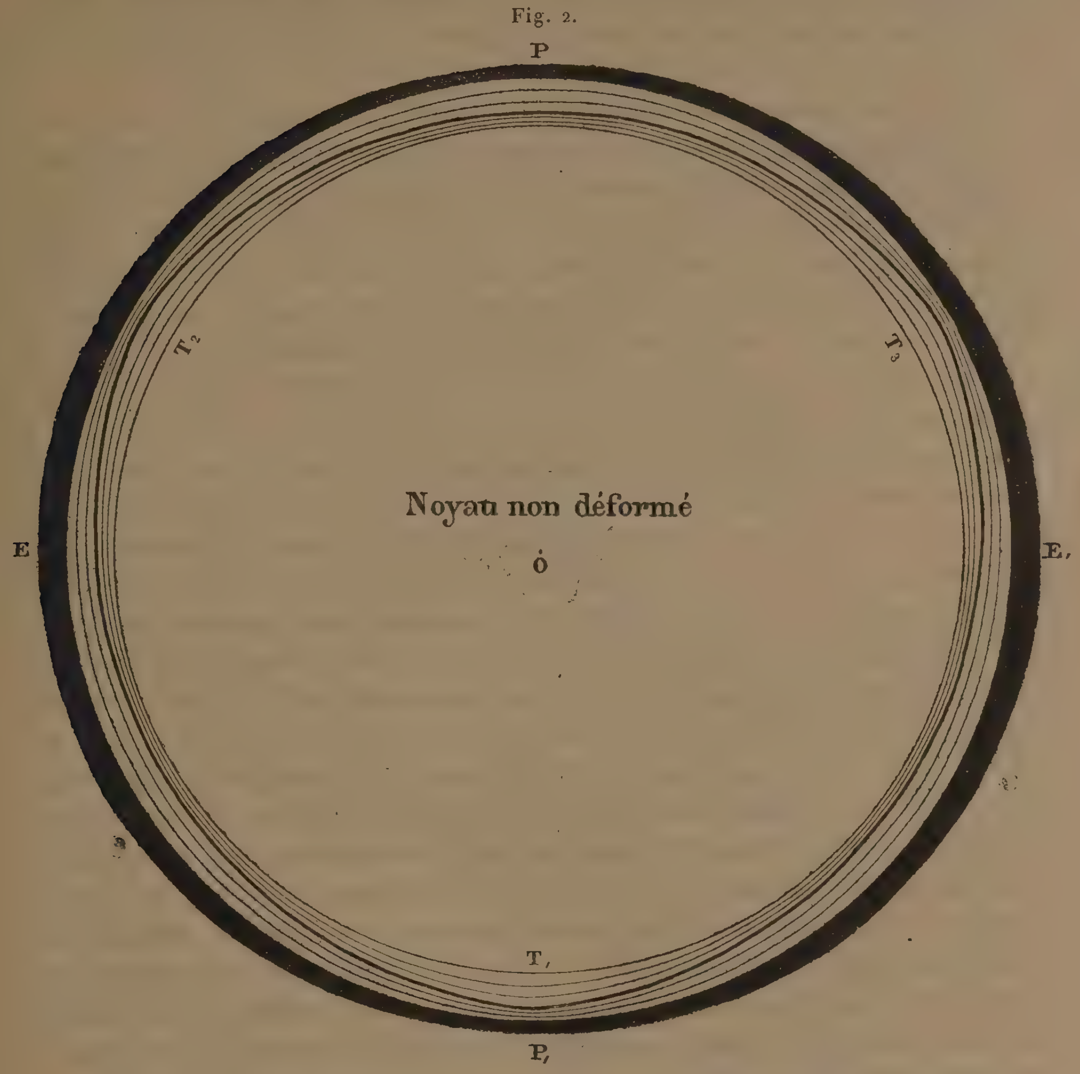
» Il y a là une difficulté qui m'a longtemps arrêté. Comment concevoir un déplacement appréciable du pôle sans un déplacement d'ensemble des inégalités de la surface? Et comment ce déplacement n'entraîne-t-il pas le sommet du tétraèdre? Il faut se souvenir, pour expliquer la chose, que le tétraèdre de surface, comme je l'ai montré, se dessine sous l'influence des inégalités de pesanteur déterminées par l'existence d'un tétraèdre interne; c'est donc en quelque sorte un tétraèdre *réfléchi*. On peut se figurer l'écorce terrestre comme un miroir qui reflète, avec un certain retard, un état de choses existant à l'intérieur. Or si, dans un miroir mobile, l'image d'un point reste fixe, c'est que ce point ne participe pas au mouvement du miroir; l'intérieur de la Terre ne participe donc pas au mouvement de la surface, et ce mouvement se réduit à l'entraînement d'une mince couche superficielle. C'est le résultat que j'ai déjà indiqué et que j'ai traduit par la comparaison de la Terre avec une orange à écorce mobile.

» Dans cette manière de voir, le tétraèdre ne représente que la forme des surfaces d'égale densité, déformées par le refroidissement. Pour comprendre la portée de cette conclusion, il faut se reporter à la théorie du refroidissement. Cette théorie, au point où l'ont menée les travaux des physiciens anglais [1], nous montre (*fig.* 2) un noyau central, composant la masse principale de la Terre (plus des $\frac{9}{10}$ du volume), dans lequel la température n'a pas pratiquement varié; au-dessus vient une enveloppe de 600^{km} environ, où chaque couche se refroidit trop pour occuper la place que lui impose la condition de constante application sur le noyau, et est

(1) *Distribution of strain in the earth's crust,* by Ch. Davison, *with a note,* by G.-H. Darwin, *Phil. transactions of the Royal Society,* vol. CLXXVIII (1887).

par conséquent comprimée verticalement, avec tendance à l'extension. Au-dessus se trouve une couche de *nulle tension,* puis une écorce mince qui ne se refroidit pas assez, qui par suite est soumise à des compressions tan-

Fig. 2.



Coupe à l'échelle de la déformation tétraédrique de la Terre, dans l'hypothèse d'un tétraèdre régulier.

Échelle $\frac{1}{100000000}$.

L'épaisseur de l'écorce mobile (trait noir) est plus que décuplée.

gentielles et doit se plisser. C'est le plissement de cette écorce que M. Fisher [1] juge avec raison insuffisant pour expliquer les inégalités de

---

(1) *Physics of the earths crust*, by the Rev. Osmond Fisher, 2e édit., Londres, 1889.

la surface; j'ai montré, en effet, que ces inégalités sont surtout dues à la répercussion des changements internes qui correspondent, dans la couche de 600^{km} soumise à des efforts d'extension, à des différences de volume trois cents fois plus considérables. Le plissement de l'écorce n'est qu'un phénomène qui se superpose à des changements d'un ordre beaucoup plus grand.

» Les changements dont le tétraèdre superficiel nous reflète l'existence se passent donc dans la couche de 600^{km}, et nous pouvons dire quels sont ces changements : chaque couche sphérique est comprimée pour aller occuper sans discontinuité sa nouvelle position, et, sous l'influence de ces compressions normales, elle se transforme en un tétraèdre à angles émoussés. En se fondant sur la courbe donnée par M. Davison, on trouve que la forme tétraédrique doit être surtout accusée à la profondeur de 100^{km}; puis elle va s'atténuant de part et d'autre, à la fois du côté du noyau et du côté de la couche de nulle tension (*fig.* 2).

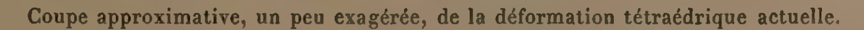
» Il est clair maintenant que c'est suivant la couche de nulle tension, entre la zone qui se contracte et celle qui se distend, que doit avoir lieu le *décollage,* et que c'est sur cette surface, avec de nouvelles couches sans cesse entraînées par le frottemen,t que doit se produire le glissement de l'écorce mobile. M. Darwin évalue l'épaisseur de cette écorce à moins de 4^{km} (2 milles). Ce nombre s'accorde bien avec les données géologiques, pourvu que cette épaisseur soit prise, non au-dessous de la surface actuelle, mais au-dessous d'une sphère de comparaison passant par les pôles et ne tenant pas compte des inégalités de la surface, y compris le bourrelet équatorial [1]. Il convient aussi de rappeler que l'épaisseur de cette écorce croît proportionnellement au temps. La *fig.* 2 représente la déformation tétraédrique théorique; les *fig.* 3 et 4 représentent approximativement, avec un peu d'exagération, deux coupes de la déformation actuelle. En combinant ces deux coupes avec la Carte, on voit que le tétraèdre s'est aplati, que deux de ses arêtes se sont rapprochées et que les prolongements des arêtes tendent à ouer un rôle équivalent à celui des arêtes elles-mêmes.

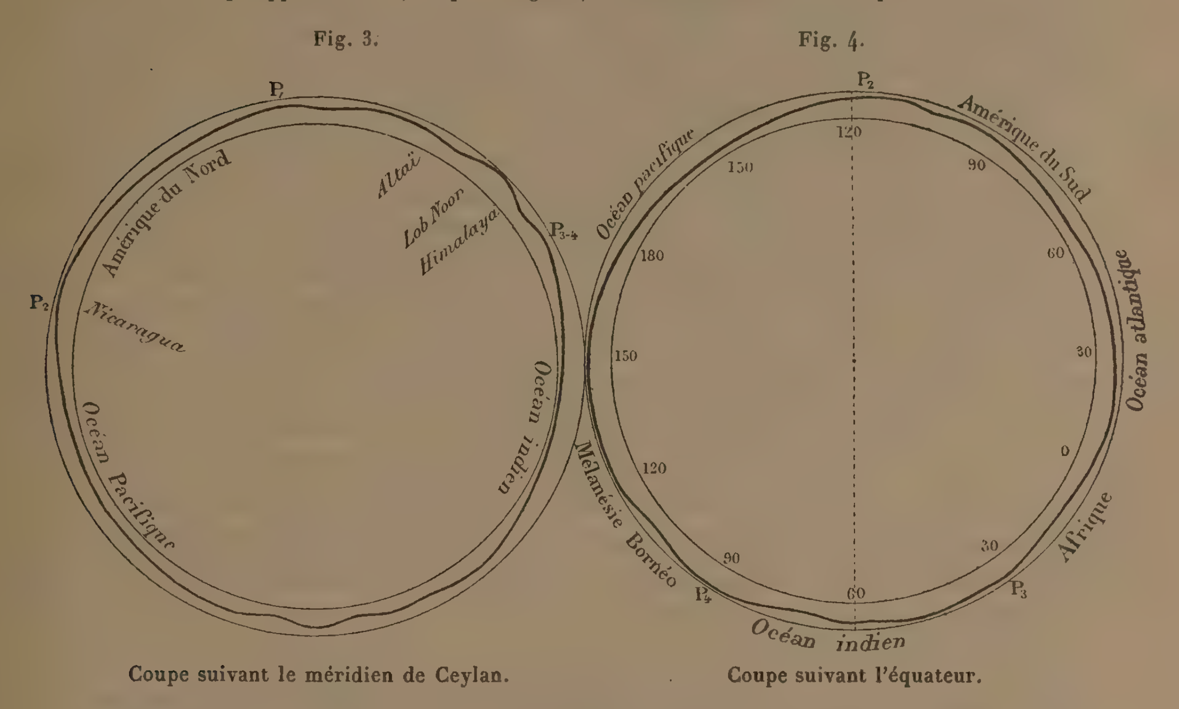
» Revenons maintenant au tétraèdre de surface; il résulte, comme je l'ai expliqué, des différences de pesanteur déterminées par l'existence du

---

[1] En effet, le calcul de M. Darwin ne fait pas entrer en ligne de compte la température de chaque couche, mais seulement sa dérivée $\frac{dv}{dx}$, qui n'est pas sensiblement modifiée par l'adjonction à une sphère théorique des inégalités de la surface, puisque théoriquement elle est actuellement constante jusqu'à une profondeur de 30^{km}.

tétraèdre interne. Les chaînes de montagnes se forment au-dessus des arêtes, et les chaînes méditerranéennes en particulier, au-dessus des arêtes de base. Ces chaînes méditerranéennes, au moment de leur formation, faisaient donc en moyenne avec l'équateur terrestre un angle égal à celui de


Coupe approximative, un peu exagérée, de la déformation tétraédrique actuelle.



Coupe suivant le méridien de Ceylan.

Coupe suivant l'équateur.

l'écliptique (¹). Mais on peut préciser : on connaît plusieurs phases dans la formation d'une chaîne, et en particulier celles qui sont mises en évidence par les grandes transgressions. La transgression du début de la chaîne (dévonien supérieur, permien supérieur, helvétien) nous fait connaître la ride formée au début au nord de la cuvette géosynclinale; la transgression

(¹) Cette proposition et les suivantes concernent évidemment l'équateur ancien; mais, si étrange que cela puisse paraître, *elles s'appliquent aussi à l'équateur actuel.* Nous verrons, en effet, que le déplacement du pôle se décompose en deux mouvements, dont l'un est un déplacement d'ensemble, qui ne chauge pas la position du pôle (ni, par suite, de l'équateur) par rapport à la géographie terrestre, et dont l'autre est une rotation autour de l'axe du tétraèdre, qui ne déplace pas le petit cercle situé dans le plan de base. Les chaînes méditerranéennes, par l'angle de leurs lignes directrices *avec l'équateur actuel*, nous font donc connaître l'ouverture du cercle polaire au moment des différentes phases de leur formation.

du milieu de la chaîne (silurien supérieur, stéphanien, cénomanien) nous fait connaître une nouvelle ride formée au centre de la chaîne.

» Chacune de ces deux rides permet de déterminer la position du sommet du tétraèdre à l'époque correspondante. Mais, de plus, à chaque instant, le fond de la cuvette géosynclinale marque la ligne où s'accumule la plus grande épaisseur de sédiments. On peut donc énoncer ce théorème :

» *Si pour une couche quelconque, dans la région méditerranéenne, on détermine la zone de plus grande épaisseur (l'axe commun des courbes d'égale épaisseur), on trouvera une ligne voisine d'un petit cercle, dont l'angle avec l'équateur est égal à l'angle de l'écliptique au moment du dépôt; le pôle du petit cercle est le sommet du tétraèdre.* C'est pour la même raison que le petit cercle méditerranéen est incliné de 23° sur l'équateur.

» On conçoit ainsi que la géologie nous donne le moyen de déterminer à chaque instant la position de l'axe du tétraèdre. La courbe que je donne (*fig.* 1) n'est qu'une première approximation; mais je suis sûr d'un nombre suffisant de points pour affirmer que l'allure générale est bien exacte, ainsi que le déplacement moyen le long de la côte américaine du Pacifique. La forme de cette courbe correspond d'une manière remarquable à ce qu'avait fait prévoir la théorie des chaînes de montagnes; pour essayer d'en déduire le déplacement du pôle, il faut revenir sur l'étude géologique de la formation des chaînes simultanées et chercher leur influence sur le déplacement du pôle d'inertie.

» Quand une chaîne de montagnes se forme suivant une arête du tétraèdre, d'autres chaînes se forment simultanément suivant d'autres arêtes.

Fig. 5.

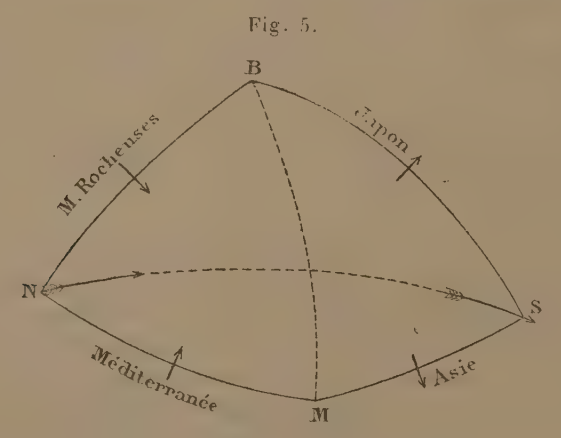


Schéma des chaînes de montagnes tertiaires.

Ainsi, dans la période tertiaire (*fig.* 5), on peut distinguer quatre chaînes, correspondant à autant d'arêtes d'un tétraèdre peu éloigné du tétraèdre

actuel ; ce sont, d'une part, une chaîne européenne (Alpes) et une chaîne américaine (montagnes Rocheuses); d'autre part deux chaînes asiatiques (Himalaya et chaînes d'îles du Japon). Ces quatre arêtes forment une courbe fermée qui entoure toute la Terre. Or on sait que dans les deux premières les charriages ont eu lieu vers l'intérieur du tétraèdre; par conséquent, pour que les mouvements ne se compensent pas, et pour qu'il se produise l'entraînement dont témoigne la courbe décrite par le sommet T, il faut que le charriage des deux chaînes asiatiques ait lieu vers l'extérieur du tétraèdre. En d'autres termes, le déplacement de la matière en Asie a eu lieu vers le sud et vers l'est; c'est ce qu'a montré, en effet, M. Suess ([1]).

» Il est clair, par raison de continuité, que la formation des chaînes ne peut pas sauter brusquement d'une arête à une autre. C'est donc toujours la même courbe, formée des quatre mêmes arêtes, qui, à de certains moments, par le mécanisme indiqué, déforme l'écorce au passage et détermine sur le globe une nouvelle ceinture de montagnes. Dans les tétraèdres successifs, ce sont donc toujours les mêmes arêtes qui restent inactives; pour le tétraèdre des temps secondaires et tertiaires, ces arêtes inactives ont été : l'arête méridienne qui passe en Russie et aboutirait à la mer Morte, arête qu'on peut appeler l'*arête moscovite*, et l'arête méditerranéenne qui traverse le Pacifique, entre le lac de Nicaragua et les îles de la Sonde.

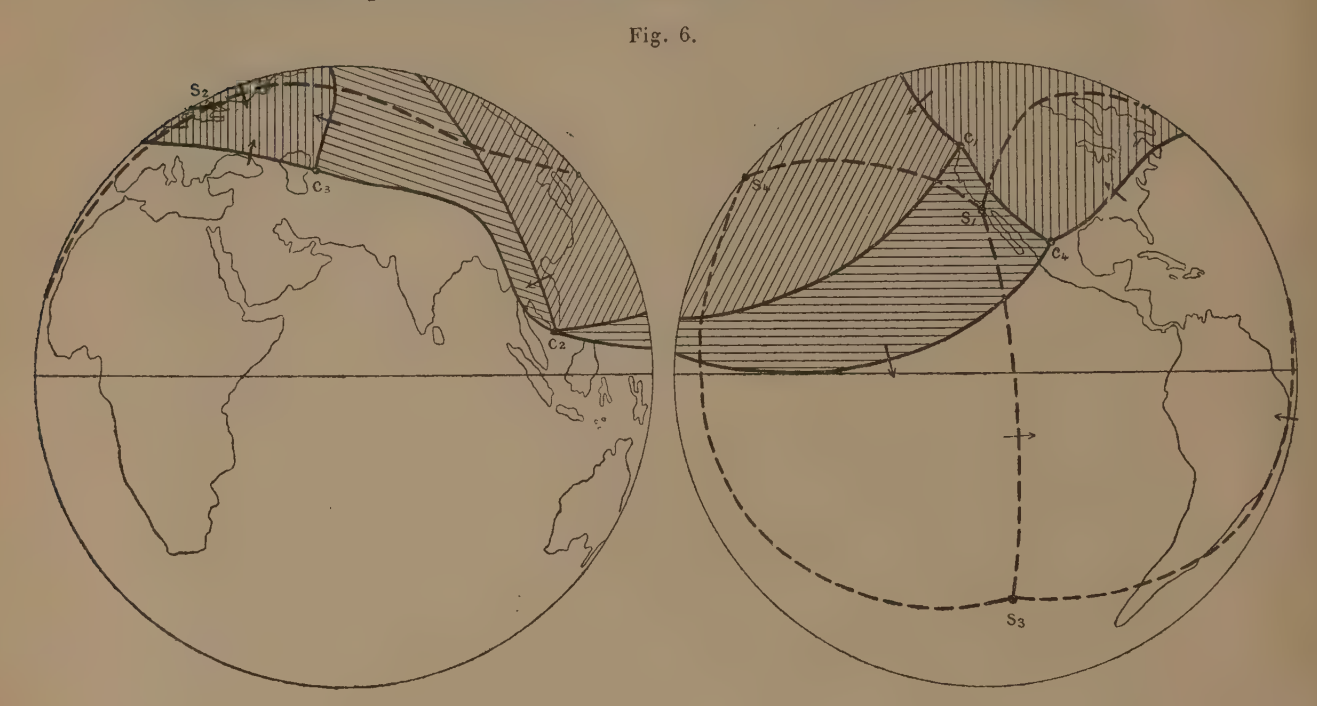
» J'ai essayé de reconstruire les tétraèdres des chaînes carbonifères et siluriennes, en choisissant l'époque de début des chaînes, c'est-à-dire l'époque dinantienne et l'époque cambrienne (*fig*. 6). On retrouve bien pour chacun d'eux les quatre chaînes, formant au globe une ceinture complète, pourvu qu'on suppose au fond du Pacifique, en face des Andes, l'existence d'une chaîne disparue. Les arêtes inactives pour la première sont l'arête des montagnes Rocheuses et l'arête méditerranéenne asiatique; pour la seconde ([2]), ce seraient l'arête du Japon et l'arête méditerranéenne atlantique. On voit donc que, d'une chaîne à l'autre, il y a rotation de 120° en-

([1]) C'est là le seul point, avec l'impossibilité des soulèvements en masse, sur lequel je n'étais pas arrivé à me laisser convaincre par les arguments de M. Suess. C'est avec une grande satisfaction que j'ai vu ici la théorie lui donner raison. On me permettra à cette occasion de rendre hommage au maître incomparable qui a transformé la Géologie, qui a poussé la synthèse au point de rendre possible un essai de théorie, et qui partout a si bien compris et deviné les conséquences des faits observés, que la théorie, pour ne pas s'égarer, n'a qu'à suivre ses indications.

([2]) Le tétraèdre cambrien montre un point important. La chaîne scandinave fait à ce moment partie de l'arête asiatique; on s'expliquerait ainsi comment M. Törnbohm a trouvé dans cette chaîne des charriages dirigés vers le sud-est.

viron autour de l'axe des tétraèdres ([1]), et que les arêtes méridiennes s'échangent d'une chaîne à l'autre; c'est ce qui explique comment elles semblent occuper toujours à peu près la même position à la surface du globe. Il résulte de là que le tétraèdre tourne autour de son axe, d'un mouvement

Fig. 6.



Tétraèdres des débuts des périodes carbonifère et silurienne.

qui n'entraîne pas l'écorce, et dont il faut tenir compte si l'on veut déterminer la position du pôle, d'après la position à chaque époque du sommet du tétraèdre. Ce mouvement de rotation est très probablement, comme je l'expliquerai, le résultat de l'attraction différente du Soleil sur les saillies du tétraèdre interne et sur celles du tétraèdre de surface. Le mouvement apparent est dans le sens direct; le mouvement du tétraèdre est donc *rétrograde*.

» Pour arriver à construire les positions du pôle, il faut encore se rendre compte s'il a un mouvement propre par rapport à la Terre. Or, en re-

---

([1]) En réalité, c'est seulement entre les deux tétraèdres carbonifère et triasique que l'angle est sensiblement de 120°; il est un peu plus grand entre les tétraèdres de la *fig.* 6, et un peu moindre entre les tétraèdres triasique et actuel. Cela peut tenir à la déformation du tétraèdre, mais cela peut aussi suggérer l'idée que le mouvement de rotation, comme tous les autres, s'amortit avec le temps.

prenant la *fig.* 5, on peut se rendre compte, d'après les formules auxquelles j'ai déjà renvoyé ([1]), du déplacement du pôle d'inertie provoqué par la formation des quatre chaînes simultanées. On voit que les actions se compensent très sensiblement deux à deux, malgré les légères différences de latitude des centres de gravité des masses déplacées, d'une part dans les deux chaînes méditerranéennes, de l'autre dans les deux chaînes méridiennes. Le déplacement résultant est donc très petit ([2]), se comptant pour la période correspondante plutôt par secondes que par minutes; il est, en tout cas, bien inférieur au degré actuel de précision des déterminations géologiques.

» Pour obtenir maintenant la position du pôle à chaque moment des périodes géologiques, il convient de considérer successivement les deux déplacements relatifs du pôle par rapport au tétraèdre; le premier, dû aux charriages, est un déplacement relatif par rapport au sommet; le second, dû à l'attraction solaire, est un déplacement par rapport aux arêtes. Le premier permet, à l'aide de deux rotations de 180°, l'une autour du point T_a, l'autre autour du milieu de l'axe $T_a P$ (voir la carte, *fig.* 1), de construire une courbe auxiliaire, que j'ai marquée sur la figure avec des croix séparées par des points. Il faudra ensuite déduire chaque point du point correspondant P_c de cette courbe auxiliaire par une rotation convenable autour du pôle T_c. Il faut opérer de proche en proche; si, entre deux positions successives, il y a l'intervalle d'une chaîne de montagnes, la rotation devra être de 120°; si l'intervalle est moindre, la rotation devra être diminuée proportionnellement. On obtient ainsi une spirale (non tracée sur la carte) qui s'enroule autour du pôle actuel en s'en éloignant progressivement, et qui irait passer au point P_{c_1} de la courbe auxiliaire.

» La spirale donne la position du pôle à une époque quelconque; autant que j'ai pu voir, ces déterminations s'accordent bien avec le peu qu'on sait sur la distribution des anciens climats. A chaque moment, la position correspondante du point T donne, par sa distance au pôle actuel, l'ouverture du cercle polaire.

([1]) Tisserand, *Mécanique céleste*, t. II, p. 487.

([2]) M. Wallerant m'a fait remarquer que le moment des couples de rotation est facile à calculer, et égal à 2FR, F étant la force d'entraînement correspondant à un des quatre charriages (supposés égaux) et R le rayon de la Terre. L'axe de rotation, si le tétraèdre était régulier, serait dans le plan de l'arête moscovite, à 35° 16′ au-dessous de la base méditerranéenne; cet axe serait donc (pour l'époque actuelle) à peu près dans le plan de l'équateur.

» Revenons à l'examen de la courbe des points T; elle décrit autour de l'arête (bord du Pacifique) une série de demi-ellipses, dont chacune correspond à la formation d'une chaîne. Le demi-axe de chaque ellipse va en augmentant à mesure qu'on s'éloigne de l'époque actuelle.

» Or, on trouve que les longueurs de ces axes sont égales aux nombres 1, 3, 5 et 7; la longueur totale est donc, à une constante près, proportionnelle au carré du temps, compté en nombre n de chaînes à partir de l'époque actuelle. Mais j'ai montré que la grandeur du déplacement pour chaque chaîne était déterminée par la quantité de mouvement correspondant au déplacement de la matière sédimentaire qui doit former la chaîne; elle est donc inversement proportionnelle à l'épaisseur de l'écorce mobile, laquelle, d'un autre côté, comme je l'ai dit, est proportionnelle au temps ([1]). On peut donc écrire

$$(1) \qquad e = \frac{K}{n^2 - A} = mt.$$

» Les constantes peuvent se déterminer en faisant des hypothèses sur la première chaîne (position initiale du sommet au pôle Nord, et entraînement d'une écorce d'épaisseur minima). Sans entrer dans le détail, et en ne tenant pas compte de la réserve faite dans la note, au bas de la page, je trouve en prenant pour unité de longueur le mètre, et pour unité de temps cent millions d'années : $m = 38$, $K = 5500$, $A = \frac{1}{100}$. On voit que la durée de formation d'une chaîne va toujours en augmentant, et qu'on peut déduire de là la durée relative à chaque chaîne.

» La formule (1) peut se mettre sous une forme plus commode, en numérotant les chaînes à partir de l'origine des temps; soient alors N le numéro d'ordre d'une chaîne, T le temps de formation de la première chaîne, t le temps total écoulé jusqu'à l'achèvement de la chaîne considérée; on aura $t = TN^2$. On voit ainsi que les durées des chaînes successives sont proportionnelles aux nombres 1, 3, 5, 7, 9, que la durée d'une chaîne d'ordre N est $2N - 1$, et que le rapport des durées de deux chaînes successives est $\frac{2N+1}{2N-1}$, c'est-à-dire qu'il tend vers l'unité, en lui restant toujours supérieur.

» On peut même peut-être arriver à faire une hypothèse plausible sur la

([1]) La formule approchée de Darwin (*loc. cit.*, p. 256) ne s'applique qu'au cas où l'écorce mobile n'est pas très mince, et par conséquent où le temps n'est pas très petit. Il restera donc toujours par cette méthode une inconnue indéterminée; c'est, si l'on veut, le temps de formation de la première chaîne.

position initiale du point T, et sur le nombre des chaînes qui ont précédé la période précambrienne, à l'aide des considérations suivantes : la courbe des sommets du tétraèdre serpente autour d'une arête, en se rapprochant manifestement d'un point final, assez voisin de la position actuelle. Or, l'arête du tétraèdre était primitivement un grand cercle méridien ; le point d'aboutissement devrait, semble-t-il, par raison de symétrie, coïncider avec le point de départ; *l'arête du tétraèdre devrait donc encore passer au pôle actuel,* qui devrait être voisin du point asymptote de la courbe. Il faut donc qu'une nouvelle action ait, en outre des mouvements déjà constatés, déplacé le tétraèdre dans l'espace. Cette action, Lowthian Green l'a indiquée, en calculant l'effet de l'attraction du Soleil sur les bourrelets tétraédriques; il a trouvé que le déplacement devait être précisément de 23° (1). Avec la nouvelle conception du tétraèdre, le problème resterait à peu près le même, si le tétraèdre de surface coïncidait comme position avec le tétraèdre interne. La coïncidence n'a lieu qu'avec un retard, ce qui explique le mouvement différentiel du noyau et de l'écorce, dont j'ai déjà parlé.

» On se trouve donc ainsi amené à supposer que le sommet du tétraèdre est parti du pôle Nord, et qu'il revient maintenant près de son point de départ, après avoir décrit une révolution complète. Mais, si l'on admet, comme il est naturel, la constance de la loi trouvée plus haut, on obtiendra les positions successives du sommet du tétraèdre au début de chaque chaîne, en portant sur la même arête la longueur 9 pour la chaîne précambrienne ou huronienne, et les longueurs 11, 13, etc., pour les chaînes des temps anciens, qui ne sont représentés pour nous que par les gneiss. Il est assez curieux que les deux longueurs 11 et 13 mènent auprès du sommet austral; les longueurs 15, 17 et 19 ramèneraient à peu près au pôle boréal. Mais si l'on tient compte du refroidissement de la Terre, il n'est pas déraisonnable de supposer que la contraction du rayon a été des $\frac{21}{100}$ (2). Il fau-

---

(1) Je sais, sans avoir pu encore retrouver l'indication exacte, que le calcul de Lowthian Green a été repris et déclaré correct par un astronome anglais.

(2) M. de Lapparent a montré, par un raisonnement ingénieux, fondé sur la masse spécifique des gneiss, que cette contraction ne pouvait pas être supérieure à $\frac{22,5}{100}$. Si la contraction a été réellement voisine de ce nombre, il faudrait en conclure que la différentiation des densités avec la profondeur était encore plus accusée au moment de la solidification de la première écorce, M. Munier-Chalmas pense au contraire que nous ne savons rien sur la masse spécifique de cette première écorce, et pour avoir, à

drait donc ajouter une nouvelle chaîne, et le temps de formation des gneiss correspondrait à celle de six chaînes distinctes, c'est-à-dire à trente-six fois la durée de la première chaîne.

» On peut d'ailleurs indiquer le principe d'une autre méthode pour calculer, et même pour calculer de deux manières, l'âge de la Terre. Si l'on admet que le tétraèdre devait, à l'origine, être régulier, sa figure actuelle montre combien il s'est déformé. Des constructions plus sévèrement discutées permettront de suivre sa déformation dans le cours des temps. Or cette déformation tient évidemment à l'augmentation de la vitesse de rotation, c'est-à-dire à la contraction de la Terre. L'augmentation de vitesse peut à chaque instant se décomposer en deux, l'une suivant l'axe de rotation primitif, l'autre suivant une droite perpendiculaire, située dans le plan d'une arête; la première composante aplatit le tétraèdre; la seconde rapproche les deux autres arêtes. On pourra calculer cette double déformation en fonction de la vitesse, c'est-à-dire en fonction de la diminution du rayon ([1]), et celle-ci, par le calcul du refroidissement, donnera le temps écoulé pour chaque variation de vitesse.

» Dans la théorie que j'ai donnée de la formation des montagnes, je n'ai tenu compte que des traits principaux et essentiels, mais je suis convaincu qu'on pourra aller plus loin dans le détail; d'autres traits (ainsi les grandes transgressions) se reproduisent périodiquement avec une fidélité trop scrupuleuse pour ne pas avoir une explication commune et pour ne pas dépendre aussi de l'attraction tétraédrique. En résumé, le tétraèdre est le grand rouage, mis en jeu par le refroidissement, qui conduit et règle tous les mouvements de la surface; la transmission des mouvements se fait seulement par les inégalités de la pesanteur qui en sont la conséquence. Tout le mécanisme est réglé avec une précision si admirable, qu'il suffit de ces petites différences pour tout mettre en marche et tout engrener. Dans la période, heureusement encore éloignée, où le trétraèdre sera arrivé à sa position d'équilibre, le rouage central sera arrêté, les mouvements s'amortiront peu à peu, les dénudations nivelleront tout, sans que rien renouvelle leur action; la vie géologique de la Terre sera terminée. »

---

son avis, le temps nécessaire à l'évolution des êtres animés, il faudrait plutôt admettre que le sommet du tétraèdre a fait au moins une double révolution.

([1]) Il faut encore, il est vrai, connaître la vitesse initiale. Mais, s'il n'y a pas eu d'impulsion de force extérieure, comme je n'hésite plus à l'admettre, la vitesse angulaire initiale était nécessairement égale à la vitesse angulaire de rotation autour du Soleil.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la culture des lupins bleus* (Lupinus angustifolius). Note de MM. **P.-P. Dehérain** et **E. Demoussy.**

« Nos études sur le lupin bleu ont été poursuivies parallèlement à celles dont nous avons eu l'honneur d'entretenir récemment l'Académie et qui portaient sur le lupin blanc ([1]).

» La culture des lupins bleus est encore plus incertaine que celle des lupins à fleurs blanches. Leur réussite est rare ailleurs que dans les terres siliceuses; ils ont la réputation d'être calcifuges, et il était d'autant plus intéressant de mettre ces plantes en expérience qu'elles ont été l'objet d'observations récentes dues surtout à M. Stoklasa, de Prague ([2]).

» Les premières cultures de lupins bleus, disposées en 1897 dans du sable siliceux pur ou mélangé à des doses croissantes de calcaire terreux, ont complètement échoué, bien que ces sols artificiels eussent reçu de bonnes doses d'engrais minéraux. L'épandage successif de délayure d'une terre portant de la luzerne, ou de *nitragine* venue directement d'Allemagne, n'a pas fait apparaître de nodosités sur les racines, et il semble qu'on puisse déduire de cet échec que le lupin bleu est complètement incapable d'assimiler directement et sans secours étranger l'azote atmosphérique.

» En 1898, les cultures furent disposées d'abord en pleine terre, dans une ancienne terre maraîchère où le calcaire ne fait pas défaut; la plupart des graines semées avortèrent; cependant en un point quatre ou cinq pieds crurent régulièrement, fleurirent et produisirent des gousses; à l'arrachage on ne trouva pas de nodosités sur les racines. On observa des faits analogues dans une plate-bande de sable; là encore la plupart des plantes disparurent, mais un petit lot se maintint, fleurit et porta des fruits, sans que les racines se couvrissent de nodosités. Il n'en apparut pas davantage chez des lupins cultivés en pots de sable additionné d'engrais minéraux et de matières humiques, bien que ces lupins eussent été inoculés des bactéries de la luzerne par la méthode de M. Bréal.

» On obtint cependant des plantes vigoureuses dans deux vases qui n'avaient reçu que des engrais minéraux sans matière humique, mais qui

---

([1]) Ce Volume, p. 20. — Le détail des observations se trouve dans le cahier de février 1900 des *Annales agronomiques*, t. XXVI, p. 57.

([2]) *Annales agronomiques*, t. XXII, p. 185.

ne portèrent qu'un seul pied, la seconde graine semée dans chacun d'eux ayant avorté. Dans l'un de ces vases on recueillit un pied pesant après dessiccation $3^{gr},2$, dans l'autre une plante très vigoureuse pesant sèche 8^{gr}; cette dernière renfermait 93^{mgr} d'azote, c'est-à-dire dix fois plus qu'il n'y en a dans une graine ($8^{mgr},7$). Ni l'un, ni l'autre de ces lupins ne présentait de nodosités sur les racines. Les tubercules radicaux n'apparurent que sur une des plantes qui n'avaient pas été inoculées; elle ne se trouva pas au reste beaucoup plus forte que ses voisines qui n'en portaient pas.

» Comment ces plantes vigoureuses, privées de nodosités sur les racines, avaient-elles pu emprunter de l'azote à l'atmosphère, c'était là ce qu'il importait de savoir.

» A un premier examen, les pots de sable ne paraissaient pas porter de végétations cryptogamiques; cependant, en grattant la surface, on découvrit à une faible profondeur des algues vertes nombreuses [1]; or nous savons, par les travaux de MM. Schlœsing fils et Laurent, Beyerinck, Stoklasa, et par ceux récents de M. Bouilhac, que les algues, associées à certaines bactéries, fixent l'azote aérien. Si c'était là l'origine de l'azote de nos lupins, nous devions trouver à la partie supérieure du sable, là où apparaissait la végétation cryptogamique, plus d'azote qu'à la partie inférieure des vases où les algues n'existaient pas. En effet, dans 100^{gr} de sable sec pris à la partie supérieure d'un vase, on dosa 80^{mgr} d'azote, tandis qu'on n'en constatait que 4^{mgr} dans le bas.

» Il devenait donc probable que c'était le travail des bactéries détruisant la matière carbonée produite par les algues qui fixait l'azote atmosphérique, en formait une matière organique utilisée ensuite par les lupins, et cette conclusion pouvait être admise d'autant plus facilement qu'elle s'appuyait sur les découvertes de M. Berthelot dont nous constations tout simplement un cas particulier.

» Toutefois, il était intéressant de voir si pendant une nouvelle saison, cet apport, par le vent, de bactéries et d'algues susceptibles d'association, se retrouverait. Il ne se reproduisit pas pendant toute une première série

---

(1) Ces algues sont mobiles et leur localisation à la partie supérieure du sable varie suivant l'éclairement; pendant les périodes de beau temps nous les trouvions à environ un demi-centimètre de profondeur, la surface du sable était alors parfaitement blanche; au contraire, lorsque le ciel était couvert plusieurs jours de suite, les algues réapparaissaient à la surface, pourvu que le sable fût assez humide pour permettre le cheminement. Ces végétaux recherchent donc la lumière, mais fuient un éclairage trop intense.

de cultures en 1899; on ne récolta, dans du sable couvert cependant d'algues variées, que des plantes chétives.

» Le sable lui-même, en ne considérant que la partie supérieure, ne renfermait que de 15^{mgr} à 20^{mgr} d'azote pour 100^{gr}. Cependant, pendant une seconde série de cultures établies au cours de l'été, on obtint, sur un vase additionné d'engrais minéraux et d'humate de potasse, quatre plantes pesant, en moyenne, après dessiccation, $2^{gr},4$, et renfermant 2,03 d'azote pour 100 de matière sèche; c'est donc 48^{mgr} d'azote par pied, ou six fois plus que n'en renferme une graine. Ces plantes ne portaient pas de nodosités aux racines.

» M. Bornet, de l'Académie des Sciences, eut la bonté d'examiner les algues qui garnissaient le sable; il y reconnut, à peu près en nombre égal, le *Phormium automnale* et l'*Ulothrix flaccida*.

» Les observations de 1898 se trouvèrent donc confirmées, et il faut admettre que les lupins bleus savent utiliser à leur profit l'azote engagé en combinaison par l'association des algues et des bactéries, manière de voir proposée déjà par M. Stoklasa, dans le Mémoire auquel nous avons fait allusion. L'utilisation de cette matière azotée organique semble se faire directement, car les nitrates n'ont jamais pu être decelés dans ces sables.

» D'autre part, nous avons observé en 1899 des lupins qui portaient cependant des nodosités sur leurs racines; un certain nombre étaient misérables, tandis que d'autres profitaient largement du travail des bactéries qu'elles renfermaient; mais nous n'avons pas pu reconnaître de différences bien marquées dans l'aspect de ces nodosités, dont les hôtes étaient tantôt des parasites et tantôt, au contraire, des associés.

» Nous apprîmes, au cours de cette année 1899, que les lupins bleus prospéraient au jardin de la station de Chimie végétale de Meudon, et M. Berthelot voulut bien nous envoyer quelques pieds vigoureux, dont les racines portaient des nodosités, et il nous donna, en outre, un lot de la terre où ces plantes avaient cru.

» L'examen de cette terre nous dévoila un fait bien inattendu : elle présentait une réaction nettement alcaline; en la soumettant à un lavage méthodique, de 100^{gr} de terre, on réussit à extraire 160^{mgr} de carbonate de potasse. Or, le lupin bleu est généralement considéré comme une plante de terrains acides et les bactéries productrices de nodosités sur ses racines comme n'habitant que des terres de cette nature.

» Il importait de reconnaître si cette idée était inexacte comme semblaient le montrer les plantes venant de Meudon. On disposa donc non

seulement des cultures dans cette terre de Meudon, mais, en outre dans des vases remplis de terre de bruyère à réaction nettement acide, dans cette même terre additionnée d'engrais minéraux, et enfin encore dans de la terre de bruyère rendue alcaline par une addition suffisante de carbonate de potasse.

» Les lupins semés un peu tardivement dans la terre de Meudon portèrent des nodosités sur leurs racines, il en fut de même de ceux qui vécurent dans la terre de bruyère acide; elles étaient semblables à celles apparues spontanément sur quelques-unes des plantes semées dans le sable. Les lupins de la terre de bruyère n'ont acquis au reste qu'un médiocre développement, ils pesaient $1^{gr},475$ par pied, à l'état sec; on y a dosé 2,35 d'azote pour 100 de matière sèche.

» En ajoutant des engrais minéraux à la terre de bruyère, on a recueilli des plantes plus fortes, pesant après dessiccation $1^{gr},940$ par pied dans un des vases, et $2^{gr},380$ dans l'autre; les tubercules radicaux étaient nombreux.

» Enfin, en additionnant la terre de bruyère à la fois d'engrais minéraux et d'une quantité de carbonate de potasse telle que la réaction alcaline fût très sensible, on a obtenu des plantes pesant sèches $2^{gr},060$ dans un vase et $2^{gr},066$ dans l'autre; ces plantes, couvertes de nodosités sur leurs racines, renfermaient 2,8 d'azote pour 100 de matière sèche, ce qui correspond à 61^{mgr} par pied. Il en faut donc conclure que les bactéries des nodosités se fixent sur les lupins bleus aussi bien dans un sol alcalin que dans un sol acide.

» En résumé, on peut déduire des nombreux essais de culture réalisés pendant ces trois dernières années :

» 1° Que les lupins bleus sont incapables d'utiliser l'azote atmosphérique par leurs propres forces et sans aucun secours étranger.

» 2° Qu'ils peuvent acquérir un développement normal sans porter de nodosités sur leurs racines, mais que dans ce cas ils semblent profiter du travail exécuté par les bactéries vivant sur certaines algues; si cette association efficace a été fréquente en 1898, elle l'a été beaucoup moins en 1899, et l'on a rencontré très souvent sur les pots de sable des algues qui n'ont paru donner aucun secours aux lupins qui y végétaient.

» 3° Que les racines des lupins bleus portent parfois des nodosités renfermant des bactéries qui ne travaillent pas au profit de la légumineuse et qui paraissent vivre dans ces nodosités bien plus en parasites qu'en associées.

» 4° Mais qu'en outre les racines des lupins portent aussi des tubercules peuplés de bactéries qui travaillent pour la légumineuse ; nous avons constaté l'efficacité de celles qui existent dans la terre de la station de Chimie végétale de Meudon qui présente une réaction nettement alcaline.

» 5° Il semble que les germes de ces bactéries soient rares dans les terres arables, de là les échecs fréquents des cultures de lupins bleus ; ils sont au contraire répandus dans les terres de bruyère, et les nodosités apparaissent sur les racines des lupins semés dans ces terres, qu'elles aient conservé leur réaction acide ou qu'artificiellement elles aient été rendues alcalines.

» Si l'échec habituel des cultures de lupins bleus sur les terres arables ordinaires est dû à l'absence de bactéries efficaces, on peut sans doute rendre ces terres aptes à cette culture en y introduisant ces bactéries ; c'est là ce que nous comptons essayer pendant la prochaine saison. »

ASTRONOMIE. — *Sur la nouvelle comète Giacobini.* Note de M. **Perrotin**, transmise par M. Lœwy.

« La comète que M. Giacobini a découverte à l'observatoire de Nice, avec l'équatorial coudé, a été plusieurs fois observée par M. Javelle, notamment les 31 janvier, 7 et 14 février.

» Les positions de ces trois dates ont conduit l'auteur de la découverte aux éléments et à l'éphéméride ci-après :

Éléments.

$$T = 1900 \text{ avril } 28,6904$$

$$\left.\begin{aligned} \Omega &= 40^\circ.18'.22'' \\ i &= 146.30.14 \\ \omega &= 23.59.51 \end{aligned}\right\} 1900,0$$

$$\log q = 0,125794$$

» Représentation du lieu moyen :

$$O - C, \quad \cos\delta\Delta\alpha = -2'',8, \qquad \Delta\delta = +1'',3.$$

Coordonnées héliocentriques équatoriales.

$$\begin{aligned} x &= (0,096190)\sin(v + 78^\circ.43'.23'')\,\text{séc}^2\tfrac{1}{2}v, \\ y &= (0,125156)\sin(v + 167.32.\ \ 3)\,\text{séc}^2\tfrac{1}{2}v, \\ z &= (\bar{1},683407)\sin(v + 69.28.29)\,\text{séc}^2\tfrac{1}{2}v. \end{aligned}$$

Éphéméride.

Temps moyen de Paris.			α.	δ.	log Δ.
			h m s	° ′ ″	
1900.	Février.	28,5....	2.7.40	+2.19.33	0,304
	Mars.	2,5....	2.5.38	+2.55.54	0,310
	»	4,5....	2.3.42	+3.31.32	0,315
	»	6,5....	2.1.54	+4. 6.26	0,320
	Mars.	8,5....	2.0.14	+4.40.36	0,325

» Le 31 janvier, la comète avait l'aspect d'une nébulosité irrégulière faiblement allongée dans le sens opposé au Soleil et mesurant, pour le moins, une minute et demie de diamètre.

» Le noyau, de treizième grandeur, allongé comme la chevelure, semblait, par instants, coupé en deux par une ligne de même direction.

» Les éléments ci-dessus qui, à certains égards, présentent un air de famille avec ceux de la comète Swift de l'an dernier, montrent que l'astre nouveau sera visible dans nos lunettes plusieurs mois après son passage au périhélie; à la fin de juillet, il sera encore observable dans de bonnes conditions. Si l'on songe que la comète a été vue trois mois avant son passage à la plus courte distance du Soleil, on doit espérer que l'orbite sera déterminée par des mesures répondant à un arc héliocentrique d'une exceptionnelle étendue (140° environ).

» *Remarque.* — M. Kreutz, le distingué directeur du *Centralstelle* et des *Astronomische Nachrichten,* a bien voulu nous informer qu'il n'avait encore reçu aucune observation de la comète à la date du 13 courant.

» La cause de cette anomalie fort rare doit être attribuée bien moins à la faiblesse de l'astre qu'au mauvais temps qui a été général dans nos contrées, ainsi qu'on peut s'en convaincre par les renseignements publiés dans le *Bulletin météorologique international de Paris.*

» La nouvelle comète a donc été suivie seulement dans notre observatoire jusqu'à ce jour, et cette circonstance vient très à propos mettre en relief l'heureuse inspiration qui guida son fondateur, lorsque, il y a une vingtaine d'années, il décida d'ériger cet établissement scientifique sous le beau ciel de Nice.

» Ce fait constitue à lui seul un double hommage auquel les astronomes, ceux du mont Gros particulièrement, ne peuvent que s'associer. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'un Associé étranger, en remplacement de feu M. *Weierstrass*.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 40,

M. Stokes	obtient	. . . .	36 suffrages
M. Agassiz	»	. . . .	1 »
M. Hooker	»	. . . .	1 »

Il y a deux bulletins nuls.

M. **Stokes**, ayant obtenu la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu. Sa nomination sera soumise à l'approbation du Président de la République.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'un Correspondant pour la Section de Minéralogie.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 31,

M. Zittel	obtient	. . . .	30 suffrages
M. Lapworth	»	. . . .	1 »

M. **Zittel**, ayant obtenu la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'un Correspondant pour la Section de Botanique, en remplacement de feu M. *Cohn*.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 29,

M. Pfeffer obtient. . . . . 29 suffrages.

M. **Pfeffer**, ayant obtenu l'unanimité des suffrages, est proclamé élu.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les machines à calculer.* Mémoire de M. L. Torres, présenté par M. Appell. (Extrait par l'auteur).

(Commissaires : MM. Marcel Deprez, Poincaré, Appell.)

» J'ai l'honneur de présenter à l'Académie un Mémoire sur les machines à calculer, qui a déjà été l'objet d'une Communication de ma part ([1]). J'y expose la manière de construire une formule algébrique, en construisant séparément toutes les opérations indiquées dans la formule, chacune dans un appareil différent, et en reliant mécaniquement tous ces appareils entre eux, dans la disposition que la formule même indique. Chaque opération, dans les calculs usuels, a pour objet, soit d'obtenir une valeur en fonction d'une autre (fonctions logarithimiques, exponentielles, circulaires, elliptiques, etc.), soit d'obtenir une valeur en fonction de deux autres, au moyen d'une des quatre opérations de l'Arithmétique. Dans chaque appareil élémentaire, chacune des quantités qui interviennent dans l'opération construite sera representée par le déplacement d'un mobile, et le déplacement obtenu comme résultat de l'opération effectuée par un appareil se retrouvera, représentant la quantité connue, ou une des quantités connues, dans l'appareil suivant. Il est bien entendu que la priorité d'une opération par rapport à l'autre est purement logique, car, dans la machine, toutes les opérations s'exécuteront en même temps.

» Il est démontré dans mon Mémoire qu'en suivant cette méthode, *il est possible, en pure théorie, de construire un système quelconque de liaisons défini analytiquement.* On arrivera, sans doute, généralement, à des solutions irréalisables, mais, cependant, il est des cas très importants, notamment la construction des équations algébriques, dans lesquels on peut obtenir des résultats pratiques intéressants. Pour le démontrer dans un exemple, j'indique à la fin de mon Travail la composition d'une machine que j'ai projetée pour construire l'équation :

$$\alpha = \frac{A_1 x^{n_1} + A_2 x^{n_2} + A_3 x^{n_3} + A_4 x^{n_4} + A_5 x^{n_5}}{A_6 x^{n_6} + A_7 x^{n_7} + A_8 x^{n_8}} \qquad (1)$$

dont je donne ici la description sommaire.

([1]) *Comptes rendus,* t. CXXI, p. 245; juillet 1895.

» A chacune des variables x, α, A_1, A_2, ..., A_8 de cette équation correspond, dans la machine, un disque qui peut tourner autour de son centre; le déplacement du disque, c'est-à-dire l'angle dont il a tourné à partir d'une certaine position prise arbitrairement comme origine, est égal au logarithme de la variable représentée; mais on emploie des échelles logarithmiques, de façon à lire la valeur de la variable elle-même.

» On peut faire marcher arbitrairement en même temps tous les disques x, A_1, A_2, ..., A_8, ou quelques-uns d'entre eux seulement, en maintenant les autres immobiles dans des positions déterminées; le disque α, entraîné par les liaisons mécaniques, marchera en même temps de façon que les valeurs simultanées de toutes les variables, lues sur les disques, satisfassent constamment l'équation (1).

» A chaque système de valeurs particulières des exposants, correspondra évidemment un système différent de liaisons mécaniques, mais j'ai indiqué dans mon projet les moyens de construire très facilement un quelconque de ces systèmes; donc, en somme, avec la machine projetée, on pourra toujours construire l'équation (1), quelles que soient les valeurs particulières des exposants.

» On pourra laisser aux variables représentées dans la machine la liberté de varier entre des limites aussi étendues qu'on voudra; au point de vue pratique elles peuvent vraiment augmenter ou diminuer sans limite aucune, mais elles doivent nécessairement être toujours positives, à cause de leur représentation logarithmique.

» Pour supprimer quelques termes dans la formule construite il suffira de faire leurs coefficients suffisamment petits pour que ces termes deviennent négligeables par rapport aux autres. Cette machine permettrait donc de construire plusieurs des formules qu'on trouve souvent dans les applications techniques.

» En outre, la même machine donne le moyen de calculer les racines réelles d'une équation algébrique n'ayant pas plus de cinq termes d'un signe et trois [1] de signe contraire. Pour y arriver, on forme le second membre de l'équation (1) en mettant tous les termes d'un signe au numérateur et tous les termes de signe contraire au dénominateur; on construit l'équation ainsi obtenue; on représente les valeurs de tous les coefficients, au moyen des disques correspondants, qu'on fixe dans la position voulue;

---

[1] Il va sans dire que ces nombres s'appliquent seulement à la machine projetée; en général, il n'y a aucune limitation.

on fait marcher le disque x et l'on observe le mouvement du disque α. Chaque fois qu'on lira sur ce dernier la valeur 1, on lira sur le disque x une valeur racine. Pour obtenir les racines négatives, on formera la transformée en -1 de l'équation donnée et l'on calculera les racines positives ainsi obtenues.

» Je tiens à la disposition de l'Académie le projet détaillé de ma machine et plusieurs modèles que j'ai construits pour essayer quelques mécanismes nouveaux. Ma machine ne contiendrait que des mécanismes courants ou des mécanismes déjà essayés par moi; il est donc à croire qu'on obtiendrait les résultats que je viens d'annoncer.

» Parmi les modèles que je présente, il y en a un qui sert à calculer les racines réelles des équations trinomes. Il permet d'obtenir ces racines très rapidement et avec une assez grande exactitude pour pouvoir être utilement appliqué. »

M. **Moïse Lion** adresse un Mémoire portant pour titre : « Recherches sur l'Électricité ».

(Renvoi à la Section de Physique.)

M. **J. Moelans** adresse la description et les dessins d'un « ballon-parachute ».

(Renvoi à la Commission des aérostats.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique** transmet à l'Académie les renseignements suivants, adressés à M. le Ministre des Affaires étrangères par le Consul de France en Finlande, *sur le météore tombé le* 12 *mars dernier à Bjurböle près Borgä :*

« Le météore, dont la route peut être suivie au-dessus de toute la Suède centrale et a été calculée par le professeur d'Astronomie à l'Université de Helsingfors, A. Donner, perça en tombant une couche de glace de $0^m,70$ d'épaisseur, projetant tout autour du trou une grande quantité d'eau et de glace, et s'enfonça jusqu'à une profondeur de 6^m dans l'argile sous-jacente baignée d'eau. Lors de l'extraction, qui en raison de la nature du terrain présenta quelques difficultés, on constata que le météore avait éclaté en plusieurs centaines de fragments, dont une partie se trouvait dans l'argile à quelques mètres au-dessus de la masse principale. Le plus grand fragment pesait 83^{kg} lors de

l'extraction, et le suivant 22^{kg}; le poids total des fragments recueillis était, lors de l'extraction, alors qu'ils étaient encore un peu humides, d'environ 340^{kg}. Une grande partie d'entre eux sont pourvus d'une croûte noire.

» La météorite est une chondrite, dans la composition de laquelle prédominent l'enstatite et le péridot, avec quelques rares grains de sulfure de fer et d'autres minerais. Vue au microscope, elle montre une structure nettement agglomérée et contient aussi des veines de sulfure de fer. Les chondres, dont la grandeur varie entre $0^{mm},5$ et 8^{mm}, sont composés principalement d'enstatite disposée en tiges grossières ou en fils très fins.

» La description pétrologique de la météorite a été confiée au professeur W. Ramsay et sera insérée dans le *Bulletin de la Commission géologique de Finlande*.

» On a l'intention d'exposer la météorite à l'Exposition universelle de 1900 à Paris. »

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, trois volumes de l' « Annuaire du Muséum de Géologie et de Paléontologie de Bucarest », publié par les soins de M. *G. Stéphanesco*, pour les années 1894, 1895 et 1896. (Présenté par M. Albert Gaudry.)

Les articles de cette publication sont imprimés à la fois en langue roumaine et en français.

GÉOMÉTRIE. — *Détermination des surfaces ayant un système de lignes de courbure égales*. Note de M. **R. Bricard**, présentée par M. Darboux.

« Dans ce qui suit, je dirai qu'une courbe est C_l si ses tangentes appartiennent à un complexe linéaire. Une pareille courbe peut recevoir un déplacement infiniment petit, tel qu'elle reste normale aux trajectoires de tous ses points, et ces trajectoires sont perpendiculaires aux plans osculateurs correspondants de la courbe.

» Si une courbe gauche C_l reçoit un déplacement *continu et fini*, tel qu'elle reste constamment normale à la trajectoire de ses points, l'axe du déplacement hélicoïdal élémentaire est à chaque instant l'axe du complexe linéaire attaché à la courbe : il est fixe par rapport à cette courbe et, par conséquent, fixe dans l'espace. Le pas de ce déplacement hélicoïdal est aussi constant. Autrement dit, la courbe engendre nécessairement un hélicoïde.

» Cela posé, soient (S) une surface ayant un système de lignes de courbures égales et Γ l'une de ces courbes; (S) peut être engendrée par le

déplacement continu de Γ. Les normales à (S) dont les pieds sont sur Γ, normales qui forment une surface développable, doivent appartenir à un complexe linéaire. Ainsi, une développée de Γ doit être C_l.

» Deux cas doivent être examinés : 1° *Une seule développée* Γ' *de* Γ *est* C_l. Alors, dans le déplacement continu de Γ, cette courbe et Γ' doivent former un système de grandeur invariable, et il résulte immédiatement de ce qui précède que (S) est un *hélicoïde*. Réciproquement, il est clair que les lignes de courbure d'un hélicoïde quelconque sont égales.

» Nous avons implicitement supposé que la courbe Γ' n'est pas plane. Dans le cas contraire, une modification facile au raisonnement précédent montre que (S) est une *surface de Monge*, engendrée par une courbe plane de grandeur invariable dont le plan roule sur une développable ([1]).

» 2° *Toutes les développées de* Γ *sont* C_l. S'il en est ainsi, on peut donner à Γ, à partir d'une position initiale, une infinité de déplacements infiniment petits correspondant aux divers complexes linéaires attachés aux développées de Γ. L'ensemble de ces déplacements constitue un déplacement à deux paramètres, et les complexes linéaires dont il s'agit forment un faisceau. Ce faisceau contient au moins un complexe singulier. Autrement dit, Γ doit avoir une développée plane, *et cette courbe elle-même est plane :* les diverses développées de Γ sont donc des hélices. Mais une hélice ne peut être C_l que si elle est tracée sur un cylindre de révolution. Il en résulte que Γ est une *développante de cercle*.

» Dans le déplacement continu de Γ sur (S), les axes de tous les déplacements hélicoïdaux élémentaires occupent, comme précédemment, une position invariable par rapport à cette courbe, et par conséquent fixe dans l'espace. Mais les pas de ces déplacements peuvent varier suivant une loi quelconque. On arrive ainsi à la définition suivante de la surface (S), dans le second cas :

» *Cette surface est engendrée par une développante de cercle qui se déplace dans l'espace, de manière que son cercle générateur décrive un cylindre de révolution, en même temps qu'elle tourne dans son plan d'après une loi continue quelconque.*

» Une telle surface est une *surface-moulure* particulière. Cette remarque permet de vérifier immédiatement sa propriété essentielle.

» (Il peut arriver, dans le second cas, que les tangentes de toutes les

---

([1]) Le raisonnement subsiste si Γ possède plusieurs développées C_l, en nombre fini, ou formant une infinité discontinue.

développées de Γ appartiennent au *même* complexe linéaire. On voit alors aisément que Γ est une hélice tracée sur un cylindre de révolution, et qui doit être animée d'un déplacement la laissant en coïncidence avec elle-même. Cette dernière hypothèse ne donne donc pas de réponse à la question posée.) »

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur une transformation des surfaces isothermiques*. Note de M. C. **Guichard**, présentée par M. Darboux.

« Pour développer analytiquement la transformation des surfaces isothermiques, indiquée dans ma Note du 22 janvier, on est conduit à former deux espèces d'équations de Riccati : la première, sur laquelle je n'insiste pas, est celle qui permet de trouver les surfaces normales à un système de cercles de Ribaucour; la deuxième est celle qui permet de trouver, sur les tangentes isotropes de la surface désignée par (N), les points qui décrivent des surfaces isothermiques. Je vais former ces équations.

» Soient $N(x_1, \ldots, x_n)$ un point de l'espace à n dimensions qui décrit un réseau, NS et NT les tangentes du réseau; $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ les paramètres directeurs de NS; $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_n$ ceux de NT. Déterminons les facteurs de proportionnalité qui entrent dans les quantités ξ et η de telle sorte que l'on ait

$$(1) \qquad \frac{\partial \xi_k}{\partial v} = n\eta_k, \qquad \frac{\partial \eta_k}{\partial u} = m\xi_k,$$

et, par suite

$$(2) \qquad \frac{\partial^2 \xi_k}{\partial u\, \partial v} = \frac{\partial n}{\partial v}\eta_k + mn\xi_k, \qquad \frac{\partial^2 \eta_k}{\partial u\, \partial v} = \frac{\partial m}{\partial v}\xi_k + mn\eta_k.$$

» On devra avoir

$$(3) \qquad \frac{\partial x_k}{\partial u} = h\xi_k, \qquad \frac{\partial x_k}{\partial v} = l\eta_k,$$

avec les conditions

$$(4) \qquad \frac{\partial h}{\partial v} = lm, \qquad \frac{\partial l}{\partial u} = hn.$$

» Par le point N, menons une droite L ayant pour paramètres directeurs $\xi_k + i\eta_k$; les coordonnées $y_1, y_2, \ldots y_n$ d'un point P de cette droite sont

$$(5) \qquad y_k = x_k + \rho(\xi_k + i\eta_k).$$

» Différentions cette formule, et supprimons, pour simplifier l'écriture, l'indice k. On aura

$$(6)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial y}{\partial u} = \dfrac{\partial \xi}{\partial u}\rho + \xi\left(h + \dfrac{\partial \rho}{\partial u} + im\rho\right) + \eta\left(i\dfrac{\partial \rho}{\partial u}\right), \\ \dfrac{\partial y}{\partial v} = \dfrac{\partial \eta}{\partial v} i\rho + \xi\left(\dfrac{\partial \rho}{\partial u}\right) + \eta\left(l + n\rho + i\dfrac{\partial \rho}{\partial v}\right), \end{cases}$$

$$(7)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial^2 y}{\partial u\,\partial v} = \dfrac{\partial \xi}{\partial u}\dfrac{\partial \rho}{\partial v} + \dfrac{\partial \eta}{\partial v} i \dfrac{\partial \rho}{\partial u} + \xi\left(\dfrac{\partial h}{\partial v} + \dfrac{\partial^2 \rho}{\partial u\,\partial v} + i\rho\dfrac{\partial m}{\partial v} + im\dfrac{\partial \rho}{\partial v} + mn\rho\right) \\ \qquad + \eta\left(\dfrac{\partial l}{\partial u} + i\dfrac{\partial^2 \rho}{\partial u\,\partial v} + \rho\dfrac{\partial n}{\partial u} + n\dfrac{\partial \rho}{\partial u} + imn\rho\right). \end{cases}$$

» En écrivant que le point P décrit un réseau, on voit d'abord que l'équation ponctuelle du réseau est

$$(8)\qquad \frac{\partial^2 \eta}{\partial u\,\partial v} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial v}\frac{\partial \eta}{\partial u} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial u}\frac{\partial \eta}{\partial v}.$$

» Il faut ensuite égaler les coefficients de ξ et η dans les deux membres de (8). On trouve deux conditions qu'on peut écrire

$$(9)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial^2 \rho}{\partial u\,\partial v} - \dfrac{2}{\rho}\dfrac{\partial \rho}{\partial u}\dfrac{\partial \rho}{\partial v} + mn\rho = \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial \rho}{\partial v}h - \dfrac{\partial h}{\partial v} - \rho i\dfrac{\partial m}{\partial v} \\ \qquad\qquad = -i\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial \rho}{\partial u}l + i\dfrac{\partial l}{\partial u} + \rho i\dfrac{\partial n}{\partial u}. \end{cases}$$

» On vérifie facilement que si le réseau N est orthogonal, il en est de même du réseau P; comme l'équation du réseau P est à invariants égaux, P décrira une surface isothermique dans l'espace à n dimensions.

» En posant $\rho = \frac{1}{r}$, la condition (9) devient

$$(10)\qquad -\frac{1}{r}\frac{\partial^2 r}{\partial u\,\partial v} + mn = -h\frac{\partial r}{\partial v} - r\frac{\partial h}{\partial v} - i\frac{\partial m}{\partial v} = il\frac{\partial r}{\partial u} + ir\frac{\partial l}{\partial u} + i\frac{\partial n}{\partial u}.$$

» Pour trouver les solutions communes à ces deux équations, on peut, dans le cas qui nous occupe, déterminer trois fonctions A, B, C de u et v, telles que chaque membre de (10) soit égal à

$$Cr^2 + Br + A.$$

» On en déduit

$$(11)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial r}{\partial u} = -\left(\dfrac{iC}{l}\right)r^2 - \dfrac{iB + \dfrac{\partial l}{du}}{l}r - \dfrac{iA + \dfrac{\partial n}{\partial u}}{l}, \\ \dfrac{\partial r}{\partial v} = -\dfrac{C}{h}r^2 - \dfrac{B + \dfrac{\partial h}{\partial v}}{h}r - \dfrac{A + i\dfrac{\partial m}{\partial v}}{h}, \end{cases}$$

$$(12)\quad \frac{\partial^2 r}{\partial u\,\partial v} = -r(Cr^2 + Br + A - mn).$$

» Je différentie la première équation (11) par rapport à v, la seconde par rapport à u, et je remplace $\frac{\partial r}{\partial u}$, $\frac{\partial r}{\partial v}$ par leurs valeurs; enfin j'écris que l'on a identiquement :

$$(13)\quad \frac{\partial^2 r}{\partial u\,\partial v} = \frac{\partial^2 r}{\partial v\,\partial u} = -r(Cr^2 + Br + A - mn).$$

» En égalant les coefficients de r^2, on trouve la seule condition

$$(14)\quad C = \frac{ilh}{2}.$$

» Égalons les coefficients de r^2 et tenons compte de la valeur de C. On a

$$(15)\quad B = i\frac{\partial l}{\partial u} - \frac{\partial h}{\partial v}.$$

» Les équations obtenues en égalant les coefficients de r sont des identités. Les termes indépendants de r donnent les deux relations :

$$(16)\quad \begin{cases} -\dfrac{\partial}{\partial u}\dfrac{A + i\dfrac{\partial m}{\partial v}}{h} + in\dfrac{iA + \dfrac{\partial n}{\partial u}}{l} = 0, \\ -\dfrac{\partial}{\partial v}\dfrac{iA + \dfrac{\partial n}{\partial u}}{l} - im\dfrac{A + i\dfrac{\partial m}{\partial v}}{h} = 0, \end{cases}$$

» Si je pose

$$\frac{A + i\dfrac{\partial m}{\partial v}}{h} = \frac{i}{2}l_1, \qquad \frac{iA + \dfrac{\partial n}{\partial u}}{l} = \frac{1}{2}h_1,$$

on aura

$$(17)\quad \frac{\partial h_1}{\partial u} = l_1 m, \qquad \frac{\partial l_1}{\partial u} = h_1 n,$$

$$(18)\quad l_1 h + h_1 l = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial m}{\partial v} + \frac{\partial n}{\partial u}\right).$$

» Les équations (17) montrent qu'au réseau N on peut faire correspondre un réseau parallèle N_1, pour lequel les quantités l et h sont remplacées par l_1 et h_1 ; l'équation (18) est l'équation de possibilité du problème. La droite dont les paramètres directeurs sont $\varepsilon_k - i\eta_k$ possède la même propriété que la droite L.

» Supposons maintenant que N et N_1 soient des réseaux de lignes de courbure, désignons par a et b les quantités h et l de la représentation sphérique. On sait que

$$ab = -\left(\frac{\partial m}{\partial v} + \frac{\partial n}{\partial u}\right).$$

» Les rayons de courbure de N sont $\frac{h}{a}, \frac{l}{b}$; ceux de N_1, $\frac{h_1}{a}, \frac{l_1}{b}$. La condition (18) donne la relation indiquée dans ma précédente Note.

» Les équations (11) prennent la forme

$$\frac{\partial r}{\partial u} = \frac{h}{2} r^2 + imr - \frac{1}{2} h_1,$$
$$\frac{\partial r}{\partial v} = \frac{il}{2} r^2 - inr - \frac{i}{2} l_1.$$

» Il suffit de changer i en $-i$, pour avoir celles que donnent les surfaces isothermiques sur la seconde tangente isotrope. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les problèmes de Neumann et de Gauss.* Note de M. W. **Stekloff**, présentée par M. Picard.

« Je crois qu'il n'est pas inutile d'indiquer quelques conséquences immédiates des recherches de ma Note : *Sur la méthode de Neumann et le problème de Dirichlet* (*voir* le numéro précédent des *Comptes rendus*).

» 1. Soit U une fonction harmonique à l'intérieur ou à l'extérieur de (S), dont les dérivées normales $\frac{\partial U_i}{\partial n}$ ou $\frac{\partial U_e}{\partial n}$ prennent les valeurs f sur (S), f étant une fonction donnée, continue sur (S).

» Nous supposons que la surface (S) satisfait aux conditions 1°, 2°, 3° et 4° de ma Note citée.

» En employant les notations de cette Note, posons

$$v_1 = \frac{\varepsilon}{4\pi}\int \frac{f}{r} ds, \qquad v_k = \frac{1}{2\pi}\int \overline{v_{k-1}} \frac{\cos\varphi}{r^2} ds,$$

où $\varepsilon = \pm 1$.

» Supposons que f satisfasse à la condition $\int f\,ds = 0$. Formons ensuite le potentiel de la double couche

$$\Phi = \frac{1}{2\pi}\int (\overline{v_1} + \varepsilon\overline{v_2} + \ldots + \varepsilon^{k-1}\overline{v_k} + \ldots)\frac{\cos\varphi}{r^2}\,ds,$$

et posons

$$U = v_1 + \varepsilon\Phi.$$

» On peut démontrer rigoureusement que U, pour $\varepsilon = +1$, fournit la solution du problème intérieur, pour $\varepsilon = -1$, la solution du problème extérieur de Neumann. Pour cela il faut, comme on sait, démontrer que la série

$$(\alpha)\qquad \overline{v_1} + \varepsilon\overline{v_2} + \ldots + \varepsilon^{k-1}\overline{v_k} + \ldots,$$

converge absolument et uniformément sur (S) et que

$$\frac{\partial\Phi_i}{\partial n} = \frac{\partial\Phi_e}{\partial n},$$

quelle que soit la fonction f, continue sur (S).

» Considérons les fonctions V_k, définies dans ma Note citée [formules (1)], en y posant $-\frac{\varepsilon f}{2}$ au lieu de f, et formons ensuite les fonctions ρ_k.

» Les égalités (1), (2) et (5) (*Voir* ma Note précédente) nous donnent

$$(\beta)\qquad \overline{v_k} = \overline{V_k},$$

$$(\gamma)\qquad \begin{cases} v_k = -\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int (\rho_{k-1} + \rho_{k-2})\frac{1}{r}\,ds, & \text{à l'intérieur de (S).} \\ v_k = -\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int (\rho_{k-1} - \rho_{k-2})\frac{1}{r}\,ds, & \text{à l'extérieur de (S),} \end{cases}$$

» En tenant compte de l'égalité (β), nous concluons que la série (α) converge absolument et uniformément sur (S) [en vertu de l'égalité (3) de ma Note précédente].

» La série

$$k = \sum \varepsilon^{k-1}(\rho_k + \rho_{k-1}),$$

converge absolument et uniformément sur (S), puisque $|\rho_k| < M\sigma^k$.

» Par conséquent, en vertu de (γ)

$$U_1 = \frac{1}{2\pi}\int \frac{k}{r}\,ds = -v_2 - \varepsilon v_3 - \ldots - \varepsilon^{k-1}v_{k+1} - \ldots = -\Phi,$$

à l'intérieur de (S).

» On peut démontrer de la même manière que

$$U_2 = \frac{1}{2\pi}\int \frac{l}{r}\,ds = -\Phi,$$

à l'extérieur de (S), où

$$l = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^{k-1}(\rho_k - \rho_{k-1}).$$

» Par conséquent,

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial n} - \frac{\partial \Phi_e}{\partial n} = \frac{\partial U_{1i}}{\partial n} - \frac{\partial U_{2e}}{\partial n} = 0,$$

C. Q. F. D.

» Il est presque évident que la restriction $\int f\,ds = 0$ n'a rien d'essentiel dans le cas du problème extérieur de Neumann.

» Nous pouvons donc énoncer le problème suivant :

» *La méthode de Neumann résout le problème hydrodynamique (problème de Neumann) pour toute surface* (S), *satisfaisant aux conditions* 1°, 2°, 3° *et* 4° *de ma Note précédente, si la fonction donnée f est seulement continue sur* (S).

» 2. Soit p_0 un point quelconque de (S). Considérons les valeurs de f aux points p de (S), dont la distance à p_0 ne surpasse pas D (*voir* ma Note précédente, condition 2°). Désignons par α le rayon vecteur, par β l'angle polaire de la projection de p sur le plan tangent à (S) en p_0 et par f_0 la valeur de f en p_0. Supposons que f satisfasse à la condition de M. Liapounoff

$$(\delta) \qquad \left|\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f\,d\beta - f_0\right| < N\alpha^{\mu-1},$$

N et μ étant des nombres indépendants de α et de la position de p_0 sur (S).

» Dans ce cas, d'après le théorème de M. Liapounoff, le potentiel

$$W_1 = \frac{1}{2\pi}\int f\,\frac{\cos\varphi}{r^2}\,ds$$

a des dérivées normales sur (S), dont nous désignerons la valeur commune par L et, comme je l'ai démontré dans ma Note précédente,

$$V = \frac{1}{2}\sum(-1)^{k-1}(W_k - W_{k-1}), \qquad W_0 = 0,$$

» V étant la fonction harmonique à l'intérieur de (S) se réduisant à f sur (S), W_k étant des fonctions définies par les formules (4) de ma Note précédente.

» En remarquant que la méthode de M. Robin pour résoudre le problème fondamental de l'électrostatique (et, par conséquent, le problème de Neumann) est applicable à toute surface (S), satisfaisant aux conditions 1°, 2°, 3° et 4°, comme je l'ai démontré dans ma Note : « Sur les problèmes fondamentaux, etc. » (*Comptes rendus*, 6 mars 1899. *Voir* aussi ma Note précédente), nous tirerons de l'égalité précédente les égalités de M. Liapounoff

$$\left.\begin{aligned} V &= \frac{1}{2}W_1 - \sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k-1}V_k, \\ W_1 &= C - \sum_{k=1}^{\infty}V_k, \end{aligned}\right\} \text{(à l'intérieur de S)},$$

qui ont lieu, par conséquent, pour toute surface (S), *satisfaisant aux conditions* 1°, 2°, 3° et 4°. Ces égalités nous donnent immédiatement

$$V = \frac{1}{4\pi}\int(\rho + L - \rho_3 + \rho_5 - \rho_7 + \ldots + (-1)^k\rho_{2k+1} + \ldots)\frac{1}{r}ds \text{ (1)},$$

ρ étant la densité d'une couche superficielle sans action sur un point intérieur choisie convenablement. *Le problème de Gauss est donc résolu pour toute surface* (S), *satisfaisant aux conditions tout à l'heure mentionnées, si la fonction f, continue sur* (S), *satisfait à la condition* (δ). »

ANALYSE. — *Sur les fonctions à quatre paires de périodes.* Note de M. G. **Humbert**, présentée par M. Poincaré.

« Les fonctions abéliennes auxquelles conduit le problème d'inversion de Jacobi, pour une courbe de genre deux, sont des fonctions uniformes de deux variables u et v, ayant pour paires de périodes (1, 0), (0, 1), (g, h), (h, g'); de plus, si g_1, h_1, g'_1 désignent les parties imaginaires de g, h, g', la quantité $h_1^2 - g_1 g'_1$ est essentiellement négative.

» Existe-t-il des fonctions uniformes, $F(u, v)$ ayant pour paires de périodes (1, 0), (0, 1), (g, h), (h', g'), h' étant différent de h et, en second lieu, si $h' = h$, est-il nécessaire, pour l'existence des fonctions $F(u, v)$, que $h_1^2 - g_1 g'_1$ soit négatif?

(1) Voir : Liapounoff, *Sur certaines questions*, etc. (*Journ. de Mathém.*, 1898, n° 3, p. 294, 290, 292, 305.)

» I. Si h' est différent de h, il résulte d'un théorème célèbre de MM. Poincaré et Picard qu'on pourra, par une transformation convenable, ramener le Tableau des périodes à $(1, 0)$, $(0, 1)$, (G, H), (H', G') où, cette fois, $H' = H$, et, par suite, exprimer $F(u, v)$ par un quotient de fonctions thêta. Mais la transformation employée n'est pas généralement du premier ordre, c'est-à-dire que les périodes du second Tableau n'entraînent pas celles du premier; l'existence et la forme précise de fonctions $F(u, v)$ admettant les périodes du premier Tableau ne découlent donc pas immédiatement du théorème qui vient d'être rappelé.

» M. Appell, qui a établi la proposition de MM. Poincaré et Picard dans le cas des fonctions de deux variables, a montré que les quantités g, h, h', g' sont liées par une relation de la forme

$$Ag + Bh + B'h' + Cg' + D(hh' - gg') + E = 0, \tag{1}$$

où A, B, ..., E sont des entiers qu'on peut toujours supposer sans diviseur commun.

» Posons

$$U = \lambda u + \mu v; \qquad V = \lambda' u + \mu' v; \tag{2}$$

en désignant par $\lambda, \ldots, \mu'$ des constantes; soient $(1, 0)$, $(0, 1)$, (G, H), (H', G') un système de périodes primitives pour U et V; nous dirons que la transformation (2) est du premier ordre si elle fait correspondre à un système de valeurs (u, v), défini aux périodes $(1, 0)$, $(0, 1)$, (g, h), (h', g') près, un et un seul système (U, V) défini aux périodes $(1, 0)$, $(0, 1)$, (G, H), (H', G') près, et réciproquement.

» On reconnaît que si g, h, h', g' vérifient la relation (1), G, H, H', G' vérifient une relation de même forme, et que la valeur absolue de la quantité que nous désignerons par δ :

$$\delta = AC + DE - BB'$$

est un invariant pour toute transformation du premier ordre. On en déduit, en désignant par Δ la valeur absolue de δ, que la relation (1) peut se ramener, par une transformation *du premier ordre,* au type

$$H' = \Delta H,$$

en excluant le cas de $\delta = 0$, où les fonctions à quatre paires de périodes se réduiraient aux fonctions elliptiques.

» On établit alors que la fonction uniforme de U, V, aux périodes $(1, 0)$,

(0, 1), (G, H), (ΔH, G′) devient par la transformation $U = \Delta u'$, $V = v'$, une fonction $f(u', v')$, exprimable par un quotient de fonctions uniformes et entières, $\Theta(u', v')$, vérifiant les relations

$$\Theta\left(u' + \frac{1}{\Delta}, v'\right) \qquad = \Theta(u', v' + 1) = \Theta(u', v'),$$

$$\Theta\left(u' + \frac{G}{\Delta}, v' + H\right) = \Theta(u', v')\, e^{2\pi i k \Delta u' + \alpha},$$

$$\Theta(u' + H, v' + G') = \Theta(u', v')\, e^{2\pi i k \Delta v' + \beta},$$

k désignant un entier, α et β des constantes. Les $\Theta(u', v')$ sont donc des fonctions thêta, d'ordre $k\Delta$; mais ce ne sont pas les fonctions les plus générales de cet ordre, parce que $\Theta(u', v')$ reste inaltéré, quand on augmente u', non seulement de 1, mais de $\frac{1}{\Delta}$. On forme sans difficulté ces fonctions thêta particulières, qui, pour α et β donnés, sont fonctions linéaires et homogènes de $k^2\Delta$ d'entre elles : on obtient ainsi la solution complète du premier problème posé. En utilisant les conditions d'existence des fonctions thêta, on reconnaît que les fonctions $F(u, v)$, aux périodes (1, 0), (0, 1), (g, h), (h', g'), liées par la relation (2), n'existent que si la quantité

$$(AC + DE - BB')(h_1 h'_1 - g_1 g'_1),$$

où g_1, g'_1, h_1, h'_1 désignent les parties imaginaires de g, g', h, h', est négative.

» Trois fonctions $F(u, v)$ sont liées par une relation algébrique qui donne une surface hyperelliptique S : cette surface possède deux intégrales de différentielles totales de première espèce (en général), mais elle diffère profondément des surfaces hyperelliptiques ordinaires. Une de ces dernières, en effet, correspond point par couple à une courbe C de genre deux, c'est-à-dire qu'à un couple de points sur C répond un seul point de la surface, et à un point de la surface un seul couple sur C : pour la surface S, une telle correspondance n'existe pas; à un couple sur C répond bien un seul point de S, mais à un point de S répondent Δ couples sur C.

» II. Pour qu'il existe des fonctions $\Phi(u, v)$, admettant les périodes (1, 0), (0, 1), (g, h), (h, g'), lorsque $h_1^2 - g_1 g'_1$ est positif, il est nécessaire et suffisant que g, h, g' vérifient une relation de la forme

(3) $$Ag + Bh + Cg' + D(h^2 - gg') + E = 0,$$

où A, ..., E sont des entiers, et que la quantité $B^2 - 4AC - 4DE$ soit positive.

» Si la forme $x^2 + Bxy + (AC + DE)y^2$ peut représenter le nombre -1, pour des valeurs entières de x et y, une transformation *du premier ordre* (singulière) ramènera le tableau des périodes à un tableau analogue (1, 0); (0, 1); (G, H); (H, G'); où $H_1^2 - G_1 G_1'$ est négatif. Les fonctions à quatre paires de périodes correspondantes sont alors des fonctions abéliennes dérivant normalement d'une courbe de genre deux; celle-ci est seulement une courbe particulière, dont les modules sont liés par une relation algébrique.

» Si la forme ci-dessus ne peut représenter -1, aucune transformation *du premier ordre* ne ramènera le Tableau des périodes à un Tableau analogue où $H_1^2 - G_1 G_1'$ serait négatif; ce résultat ne s'obtiendra que par une transformation d'ordre supérieur à l'unité. Les fonctions à quatre paires de périodes correspondantes s'exprimeront alors par les fonctions thêta, avec les mêmes circonstances spéciales que dans le cas I, et donneront naissance à des surfaces hyperelliptiques S, ne correspondant jamais point par couple à une courbe de genre deux : à un couple sur la courbe répondra un point de S, et à un point de S répondront N couples sur la courbe, N désignant le plus petit entier positif que puisse représenter la forme précédente, changée de signe. »

MÉCANIQUE. — *Théorie des hélices propulsives*. Note de M. **Rateau**, présentée par M. Haton de la Goupillière.

« A la suite de M. Drzewiecki, on traite maintenant la théorie des hélices propulsives en décomposant la surface de chaque aile en éléments, de hauteur radiale *dr*, que l'on assimile à des plans minces en mouvement oblique dans le fluide ambiant. On parvient ainsi, suivant l'expression que l'on adopte pour la réaction normale au plan mobile, à des résultats plus ou moins d'accord avec l'expérience.

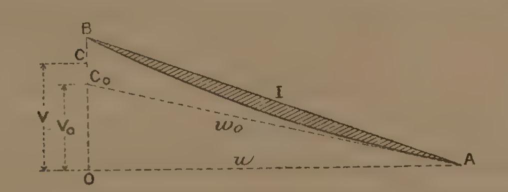
» Mais cette manière d'envisager la question ne tient pas compte de la face arrière, ou dos des ailes, qui, pourtant, ce n'est pas douteux, joue un rôle très important, aussi important sans doute que celui de la face impulsive. Cette théorie laisse aussi à peu près inexpliqués quelques faits essentiels bien connus, notamment les reculs négatifs, qui sont si fréquemment constatés, et l'avantage, bien démontré, d'une forte inclinaison des ailes vers l'arrière du bateau.

» Dans la théorie que je propose ici, j'abandonne complètement la considération du plan mince. Je m'appuie, d'une part, sur la formule générale des turbo-machines, et, d'autre part, sur deux hypothèses fondamentales qui tiennent compte du dos des ailes autant que de la face impulsive. J'arrive ainsi à des résultats qui concordent avec ceux de M. Drzewiecki, mais plus généraux à certains égards.

» Avant de donner mes hypothèses, je crois faire remarquer que, contrairement à ce que l'on pense généralement, l'eau possède, à travers l'hélice en fonctionnement normal, un mouvement centripète et non pas centrifuge. On le voit en composant entre elles la force centrifuge d'entraînement $m\omega^2 r$ et la force centrifuge composée $2m\omega w_a$ (¹) qui, dans le cas des hélices, est double de la première et dirigée exactement en sens contraire, c'est-à-dire, en réalité, centripète. Il faut bien, du reste, que l'eau ait un mouvement légèrement centripète pour que la section de la veine d'eau qui arrive à l'hélice avec la vitesse relative V_0, sensiblement égale à la vitesse V du bateau, se réduise à la valeur qui correspond à la vitesse relative axiale, plus grande que V_0, après le passage à travers l'hélice (²).

» L'inclinaison des ailes vers l'arrière favorise ce mouvement centripète; c'est là, à mon avis, sa raison d'être.

» Considérons un élément d'aile de section cylindrique AB et de hauteur radiale infiniment petite dr. Cet élément se meut avec une vitesse transversale $u = \omega r$ (représentée par OA) due à la rotation de l'hélice, et avec



une vitesse axiale V (représentée par OC) due à l'entraînement par le bateau. D'un autre côté, l'eau est légèrement entraînée par la carène. Soit $V - V_0 = CC_0$ sa vitesse absolue quand l'hélice l'atteint. La vitesse relative de l'eau par rapport à l'élément d'hélice est, à l'entrée sur cet élément, $w_0 = AC_0$.

(¹) En appelant w_a, la composante de la vitesse relative perpendiculairement à l'axe de rotation $w_a = u$ au point d'entrée.

(²) Il faut naturellement chercher à faire que le dos de l'aile soit tangent à cette vitesse relative afin d'éviter une poussée contraire à celle que l'on veut obtenir.

» Le profil AIB de la face avant de l'élément est habituellement une droite. On appelle alors *angle d'attaque* l'angle BAC_0 que fait w_0 avec AIB. Mais cet angle n'est pas celui qu'il est le plus utile d'envisager, car il ne tient aucun compte du profil du dos des ailes.

» Les hypothèses que je fais sont les suivantes :

» 1° *L'élément d'aile influence, de part et d'autre de cet élément, une lame d'eau dont l'épaisseur totale h est proportionnelle à la longueur* $l =$ AB *de l'élément* ([1]). *Si les lames d'eau influencées empiètent les unes sur les autres, ce qui arrive généralement dans la région centrale de l'hélice au-dessous d'un certain rayon* r_x, *tout le cylindre d'eau de rayon* r_x *doit être considéré comme influencé.*

» 2° *Cette lame d'eau subit, dans son ensemble, pendant le passage de l'aile, une petite réduction de vitesse relative et un changement de direction tels que la vitesse relative* w_1, *à la sortie de l'élément, est égale à* $(1-\varepsilon)w_0$, ε *étant un coefficient* (très petit puisqu'il est probablement inférieur à 0,01 dans la plupart des cas) *qui dépend de la forme et de la section de l'aile et de la rugosité des parois, mais est sensiblement indépendant de l'angle d'attaque, dans de certaines limites, et que cette vitesse* w_1 *a pour direction, non pas celle de* AB, *comme on l'admet généralement, mais une direction intermédiaire entre les tangentes à la face et au dos de l'aile au point de sortie.* L'expérience pourra faire connaître comment cette direction moyenne d'ensemble partage l'angle des deux tangentes; il est probable qu'elle est plus voisine de celle de la face que de la tangente au dos de l'aile.

» Ce qui précède revient encore à dire que les pas importants à considérer dans une hélice sont : à l'entrée, le pas du dos, et, à la sortie, une certaine moyenne entre le pas de la face et celui du dos. Si l'on base le calcul des reculs sur les pas ainsi déterminés, on trouve évidemment des reculs plus forts que ceux qui résultent du mode de calcul habituel, et *les reculs négatifs n'existent plus.*

» L'angle que la vitesse relative de l'eau, à la sortie de l'hélice, fait avec la vitesse relative à l'entrée est donc toujours plus grand que l'angle d'attaque. Je l'appellerai *angle de déviation* et le désignerai par δ. Disons de suite que, pour l'eau, sa meilleure valeur est vraisemblablement voisine de 8°.

([1]) Et le rapport $\frac{h}{l} = k$ est probablement peu éloigné de l'unité.

» J'indiquerai, dans une deuxième Communication, les conséquences principales que l'on peut déduire de ces hypothèses. »

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur la détermination de points de repère dans le spectre.* Note de M. **Maurice Hamy**, présentée par M. Lœwy.

« L'intéressante Communication de MM. Pérot et Fabry, parue dans le dernier numéro des *Comptes rendus*, m'engage à publier les résultats que j'ai déjà obtenus dans mes recherches sur la détermination de points de repère dans le spectre et sur les moyens que je compte employer pour les poursuivre (¹).

» M'inspirant d'idées analogues à celles qui conduisent MM. Pérot et Fabry à rejeter les raies complexes, dont il est impossible de définir nettement la longueur d'onde moyenne (²), j'ai été amené à n'employer, dans mon travail, que des raies simples ou des raies qui peuvent le devenir quand on en élimine une ou plusieurs composantes, au moyen de mon séparateur d'ondes.

» Les moyens que j'emploie pour reconnaître la simplicité d'une radiation avec les appareils décrits antérieurement (³) sont les suivants :

» 1° Les raies complexes, dont les composantes n'empiètent pas l'une sur l'autre, fournissent, dans mes appareils, des franges qui se séparent en plusieurs systèmes, lorsque le rapport des intensités de ces composantes est supérieur à $\frac{1}{4}$ environ (⁴).

(¹) Désigné par le Bureau des Longitudes et l'Observatoire de Paris, pour aller observer en Espagne l'éclipse de Soleil du 28 mai 1900, j'ai dû, pour préparer l'expédition, interrompre ces recherches depuis le mois de juillet dernier. Elles ne pourront être reprises qu'à la fin de l'année courante.

(²) Les raies brillantes que nous connaissons étant presque toutes composées d'un nombre plus ou moins grand de radiations simples sujettes à varier en sens opposé, en éclat et en largeur, avec les variations de pression et de température, la position moyenne du centre de ces raies est mal définie dans le spectre et il doit en être de même des raies d'absorption qui leur correspondent. L'atmosphère solaire subissant des perturbations considérables, il n'est donc pas dit que les positions des raies sombres du spectre n'en subissent pas le contrecoup. Des comparaisons précises avec des raies simples d'origine terrestre, poursuivies systématiquement pendant une période entière d'activité solaire, donneraient des indications instructives à cet égard.

(³) *Comptes rendus*, 1ᵉʳ semestre 1899.

(⁴) Ce phénomène et celui qui a été étudié par MM. Pérot et Fabry dans le cas des

» 2° Les raies multiples dont les composantes se superposent ne se dédoublent pas, mais ces raies fournissent des franges qui présentent des variations périodiques de netteté (phénomène de Fizeau), quand on fait croître graduellement la différence de marche [1].

» 3° On applique la méthode des excédents fractionnaires aux raies qui n'ont pas été éliminées par les moyens qui viennent d'être indiqués. Si ces raies sont réellement simples, les rapports de leurs longueurs d'ondes à celle d'une raie simple connue, comme la raie rouge du cadmium, doivent être constants, quelle que soit la différence de marche employée, dans les limites de précision des expériences.

» De fait, cette constance est un *criterium* démontrant, d'une façon certaine, la simplicité d'une radiation.

» J'ai repris l'étude des radiations, fournies par ma lampe à cadmium [2], faite autrefois avec un appareil provisoire dont les surfaces réfléchissantes ne pouvaient pas être écartées au delà de 7^{mm} [3].

» Parmi les radiations, trois sont d'une simplicité complète. Ce sont : une raie dans le rouge, R, $\lambda 644$ (radiation employée par M. Michelson dans la mesure du mètre en longueurs d'ondes lumineuses) qui interfère encore très visiblement avec une différence de marche de plus de 28^{cm}; une raie dans le vert, V_3, $\lambda 515$ qui interfère pour des différences de marche inférieures à 24^{cm}; une raie, I, dans l'indigo $\lambda 466$, qui interfère pour des différences de marche inférieures à 22^{cm}.

» Parmi les autres radiations, il y a une raie double dans le rouge ($\lambda 633$) dont la composante principale, R_1, est facile à isoler avec mon séparateur et, dans le vert, une raie triple ($\lambda 508$), dont la composante la moins réfrangible, V, a été séparée avec le même appareil.

» Voici les rapports de longueurs d'onde de ces radiations à celle de la raie R ($\lambda_R = 0^{\mu},6438472$), déterminés par la méthode des excédents frac-

---

franges de transmission des lames argentées (*Annales de Physique et de Chimie;* 1899) suivent des lois différentes; mais je ne puis insister ici sur ce sujet.

(1) Cependant il résulte des recherches de M. Michelson que les franges, produites par certaines raies simples, peuvent disparaître, pour une certaine différence de marche, puis reparaître pour une différence de marche supérieure. Mais leur visibilité ne dépasse pas alors $\frac{1}{10}$; elles sont donc très confuses. Dans ce cas, pour sortir d'embarras, il convient de soumettre la radiation au contrôle indiqué dans le texte à l'alinéa 3°.

(2) *Comptes rendus,* 1er semestre 1897.

(3) *Comptes rendus,* 1er semestre 1898.

tionnaires; la disposition des appareils n'a pas permis de dépasser la différence de marche de 10^{cm}.

Différence de marche.	$\frac{\lambda_R}{\lambda_{R_1}}$.	$\frac{\lambda_R}{\lambda_{V_2}}$.	$\frac{\lambda_R}{\lambda_V}$.	$\frac{\lambda_R}{\lambda_I}$.
4^{cm}..........	1,01791267	1,24905830	1,26594484	1,38094919
6..........	1,01791294	1,24905830	1,26594483	1,38094906
8..........	1,01791296	1,24905836	1,26594493	1,38094900
10..........	1,01791296	1,24905834	1,26594486	1,38094894
Moyennes.	1,01791288	1,24905833	1,26594487	1,38094905

» Chacun de ces nombres repose sur vingt déterminations; ils ont une très faible erreur probable. Les moyennes sont vraisemblablement exactes à une unité près de l'avant-dernière décimale.

» Les autres raies du cadmium sont plus ou moins complexes. Je citerai notamment la raie $\lambda 480$ qui est quadruple et la raie double $\lambda 468$, à composantes égales, fournissant des franges qui se séparent complètement lorsque la différence de marche est de 7^{cm} et qui sont encore visibles lorsque la différence de marche atteint 21^{cm}.

» J'ai commencé l'étude des radiations du zinc, dont plusieurs sont utilisables; mais ces recherches ne sont pas encore assez avancées pour que je puisse donner des nombres définitifs.

» L'objet que je poursuis, en déterminant des jalons dans le spectre, est d'obtenir, de distance en distance, des points bien connus auxquels on pourra comparer les positions des raies sombres voisines du spectre solaire, fournies par les Tables de Rowland. Ces comparaisons feront connaître les erreurs systématiques, pouvant exister dans ces Tables, qui constituent actuellement le fondement presque universellement adopté des recherches spectroscopiques modernes.

» Si les points de repère sont en nombre insuffisant, dans certaines régions, leur nombre pourra être augmenté en faisant usage d'un spectre cannelé [1]. Ce spectre s'obtient aisément avec mes appareils, en recevant dans le spectroscope, employé pour les comparaisons, la lumière émise par le filament d'une lampe à incandescence, après l'avoir fait réfléchir par les surfaces du séparateur d'ondes, disposées parallèlement à une fraction de millimètre. Il suffit, dans ces conditions, de deux raies connues, dans le champ du spectroscope, pour repérer d'un coup toutes celles du spectre

---

(1) Macé de Lépinay, *Journal de Physique*, 1885.

cannelé. On peut même se borner à l'emploi d'une seule raie de comparaison, à condition de mesurer l'écartement des surfaces réfléchissantes du séparateur, par la méthode des excédents fractionnaires. »

OPTIQUE. — *Détermination de nouveaux points de repère dans le spectre.* Note de MM. **A. Perot** et **Ch. Fabry**, présentée par M. A. Cornu.

« Un assez petit nombre de longueurs d'onde ont été jusqu'ici déterminées en valeur absolue, c'est-à-dire rapportées avec précision à l'unité fondamentale du système métrique. Nous nous sommes proposé de faire cette mesure pour un certain nombre de raies fines produites par le trembleur décrit dans une précédente Note.

» La méthode de mesure est, en principe, celle que nous avons antérieurement décrite ([1]). L'appareil interférentiel est simplement composé de deux lames de verre planes argentées, transparentes. Si on les amène au parallélisme et qu'on fasse traverser ce système par un faisceau de lumière monochromatique, on obtient, dans une lunette visant à l'infini, un système d'anneaux centré sur la normale aux surfaces argentées. Soit à comparer la longueur d'onde connue λ d'une des radiations du cadmium avec la longueur d'onde λ' d'une certaine radiation, dont on a déjà une valeur approchée. L'appareil étant éclairé par l'ensemble des deux radiations, on amène dans le champ de la lunette une *coïncidence* ou une *discordance* des systèmes d'anneaux donnés par les deux lumières. Supposons qu'il s'agisse d'une coïncidence, et soient n et n' les numéros d'ordre des anneaux qui coïncident. On a

$$(1) \qquad n\lambda = n'\lambda' \text{ ([2])};$$

or n peut être déterminé par des observations convenables (cela revient à la mesure de l'épaisseur d'air comprise entre les deux argentures). Si l'on a déjà une valeur assez approchée de λ', l'équation précédente détermine sans ambiguïté le *nombre entier* n' et ce nombre une fois connu, la même équation donne une valeur plus exacte de λ'. Répétant la même observation avec des franges d'ordre plus élevé (quadruple, par exemple) on aura une valeur encore plus approchée, et ainsi de suite.

([1]) *Annales de Chimie et de Physique,* mars 1899.

([2]) Il y a lieu de faire une très petite correction pour tenir compte des variations de phase par réflexion. (*Voir* le Mémoire cité ci-dessus.)

» La partie la plus pénible de cette mesure est la détermination du numéro d'ordre n de la frange du cadmium, nombre entier qui peut atteindre et dépasser 100000, et sur lequel il n'est pas permis de se tromper d'une unité. La mesure serait bien simplifiée si l'on avait un moyen de ramener à une distance fixe et connue les deux surfaces argentées, de manière à retrouver toujours la même frange. Les coïncidences des franges vertes et rouges du cadmium numérotent les franges vertes du cadmium de 5 en 5 à peu près; il suffit par suite de retrouver l'épaisseur connue à quelques dixièmes de micron près. Il serait difficile d'y arriver en se servant d'une échelle divisée. Nous avons utilisé dans ce but les *franges de superposition* dont nous avons donné la théorie et diverses applications (*loc. cit.*).

» Un *étalon d'épaisseur* est constitué par une plaque d'acier, percée d'un trou circulaire pour le passage de la lumière, dans laquelle sont implantées trois tiges d'acier, dont les extrémités arrondies sont soigneusement polies. Sur ces surfaces courbes sont appliquées par des ressorts les surfaces argentées, qui sont ainsi maintenues à une distance invariable.

» Par usure systématique des tiges d'acier, on arrive à amener les plans argentés à un parallélisme parfait ([1]). L'expérience a montré qu'aprés démontage et remontage des glaces leur parallélisme se maintient et que leur écartement ne change pas. Nous avons mesuré cette distance par les méthodes précédemment décrites; à 15°,8 elle est $e = 1^{cm},0034923$.

» Pour faire une mesure de longueur d'onde, nous nous servons de cet étalon et d'un système analogue dont on peut varier l'épaisseur, qui n'est autre que le *spectroscope interférentiel* que nous avons antérieurement décrit ([2]). En utilisant les *franges de superposition* en lumière blanche, on peut amener l'épaisseur comprise entre les lames du *spectroscope* à une valeur égale à e ou à un multiple ou sous-multiple de e; on peut donc avoir une série d'épaisseurs exactement connues, et voisines de $2^{mm},5$, $3^{mm}\frac{1}{3}$, 5^{mm}, 1^{cm}, 2^{cm}, ... On cherchera dans le voisinage de cette épaisseur connue une coïncidence des deux systèmes d'anneaux; le numéro n de l'anneau du cadmium est facile à déterminer en comptant, à partir de l'épaisseur connue, les anneaux du cadmium, ou plutôt les coïncidences vert rouge. On achève le calcul comme on l'a expliqué plus haut.

» Il est nécessaire qu'il n'y ait aucune incertitude sur le nombre entier n'

([1]) Cette pièce a été construite par M. Jobin; nous en avons parachevé le réglage en utilisant les phénomènes d'interférence.

([2]) *Annales de Chimie et de Physique*, janvier 1899.

que donne l'équation (1); il faut par suite commencer par des épaisseurs d'autant plus faibles que la valeur de λ' adoptée comme point de départ est plus incertaine. Il nous a suffi le plus souvent de commencer par $2^{mm},5$, en prenant comme point de départ les déterminations très soignées de Kayser, Runge et Rowland. D'autre part le résultat final de la mesure sera d'autant plus précis que l'épaisseur dans la dernière observation sera plus grande. Or les observations peuvent être poussées d'autant plus loin que la raie à mesurer est plus fine; c'est donc seulement la largeur des raies qui limite la précision des mesures. L'observation d'une coïncidence fixe la position d'une frange, par rapport à celle du cadmium, à $\frac{1}{25}$ de frange *au moins*. Si la dernière observation est faite sur une frange d'ordre n', l'erreur maximum sur la longueur d'onde sera, en valeur relative, $\frac{\Delta\lambda'}{\lambda'} = \frac{1}{25n'}$. Avec l'épaisseur 1^{cm}, n' est voisin de 40 000.

» Les longueurs d'onde sont donc déterminées au *millionième*.

» Pour l'argent, le cuivre et le zinc, nous nous sommes servis de notre trembleur à étincelles dans le vide. Pour le mercure, les radiations sont produites par un tube de Michelson ou par l'arc au mercure dans le vide. Les radiations du sodium [1] et du lithium sont émises par la flamme d'un brûleur avec traces de sel (phosphate de soude, chlorure de lithium).

» Le Tableau suivant donne les résultats obtenus; les longueurs d'onde sont exprimées en $\mu\mu$ (10^{-9} mètre), dans l'air à 15° et 76^{cm} de pression. La colonne marquée *e* indique l'épaisseur à laquelle on s'est arrêté dans la mesure.

Métal.	Source.	λ.	*e*.
Mercure..........	arc au mercure dans le vide.	$\overset{\mu\mu}{435},8343$	5^{mm}
Zinc.............	trembleur dans le vide.	468,0138	10
Zinc.............	id.	472,2164	10
Zinc.............	id.	481,0535	10
Cuivre...........	id.	510,5543	5
Cuivre...........	id.	515,3251	10
Argent...........	id.	520,9081	10
Cuivre...........	id.	521,8202	10
Mercure..........	tube de Michelson.	546,07424	31
Argent...........	trembleur dans le vide.	546,5489	10
Mercure..........	tube de Michelson.	576,95984	31
Cuivre...........	trembleur dans le vide.	578,2090	10

(1) En employant un alliage de sodium et d'argent, nous avons pu produire les raies du sodium au moyen de notre trembleur à étincelles. Des *renversements* de raies nous ont empêchés de faire la mesure de la longueur d'onde. Nous reviendrons plus tard sur ces phénomènes.

Métal.	Source.	λ.	e.
		μμ	mm
Cuivre..........	trembleur dans le vide.	578,2159	10
Mercure..........	tube de Michelson.	579,06593	31
Sodium..........	flamme.	588,9965	5
Sodium..........	flamme.	589,5932	5
Zinc............	trembleur dans le vide.	636,2345	10
Lithium.........	flamme.	670,7846	2,5

OPTIQUE. — *Sur une méthode pour la mise au point d'une lunette photographique.* Note de M. **Georges Meslin**, présentée par M. A. Cornu.

« M. Lippmann a indiqué récemment ([1]) pour la mise au point d'un collimateur une méthode très simple, qui consiste à insérer un bilame qui dédouble l'image tant qu'on ne se trouve pas dans les conditions requises. Je me suis proposé de chercher si l'on ne pourrait pas employer un caractère analogue pour la mise au point d'une lunette ou d'une plaque photographique, et substituer ainsi à l'appréciation d'une netteté plus ou moins grande, observée d'ailleurs à des instants différents, un phénomène de duplication d'image qui cesserait lorsque le verre dépoli serait exactement dans le plan voulu. On peut y parvenir de la façon suivante :

» Il suffit de viser, dans le plan dont on veut obtenir l'image, soit une fente fine vivement éclairée, soit le filament d'une lampe à incandescence, soit même une ligne brillante, puis d'interposer sur l'objectif de la lunette un écran formé par une lame opaque dont les côtés sont approximativement parallèles à la ligne visée; dans ces conditions, si le verre dépoli n'est pas au point conjugué, l'image de la fente se trouvera dédoublée en deux autres séparées par une bande noire, facile à expliquer et dont la largeur dépendra de l'écran interposé, de l'objectif et de l'écart par rapport à la mise au point correcte.

» J'ai essayé cette méthode avec une lunette photographique et un collimateur et j'ai constaté que l'incertitude sur le tirage était moindre lorsqu'on utilisait ce caractère du dédoublement que lorsqu'on se bornait à considérer la netteté ou l'élargissement des images.

» Cette méthode s'applique aussi bien lorsque l'objet est à distance finie que lorsqu'il est à l'infini; mais, dans ce dernier cas, par exemple pour la

---

([1]) *Journal de Physique*, p. 594; 1899.

photographie sidérale, on peut utiliser, au lieu d'un écran opaque, un bilame qu'on mettra en avant de l'objectif, la pointe tournée vers celui-ci; il rejettera les faisceaux de part et d'autre et supprimera l'action de la partie centrale de la lentille. Au contraire, si l'objet était à distance finie on obtiendrait toujours une duplication par l'emploi d'un bilame et il est alors nécessaire de recourir à une bande opaque qu'on élargit au fur et à mesure qu'on approche de la position cherchée, en conservant cependant assez de largeur aux faisceaux pour éviter de rendre prédominants les phénomènes de diffraction. »

OPTIQUE. — *Nouvelle interprétation des résultats de M. Michelson pour l'analyse des lumières simples par la méthode des anneaux de Newton.* Note de M. E. **Carvallo**, présentée par M. A. Cornu.

« 1. M. Michelson [1], pour étudier la constitution d'une lumière qui paraît monochromatique avec un faible spectroscope, observa la *visibilité* des anneaux de Newton en fonction de la différence de marche des deux rayons interférents. De la courbe de visibilité obtenue, on conclut à la courbe de l'intensité en fonction de la longueur d'onde, c'est-à-dire à l'analyse poursuivie de la lumière étudiée. Je me propose de montrer ici qu'on peut donner une autre interprétation des résultats de l'expérience.

» 2. Calculons les anneaux de Newton que fournirait une vibration amortie

$$F(t) = e^{-kt} \cos ht \qquad (\text{pour } t \geqq 0;\ \text{mais } F(t) = 0 \text{ pour } t < 0).$$

» Celle-ci interfère dans l'appareil avec une vibration identique, mais présentant avec la première un retard θ. L'élongation résultant de l'interférence est

$$\xi = F(t) + F(t+\theta),$$

ce qui donne

$$\xi = 0 \qquad \text{pour } t < -\theta,$$
$$\xi = e^{-k(t+\theta)} \cos h(t+\theta) \qquad \text{pour } -\theta < t < 0;$$

jusque-là le phénomène d'interférence n'est pas encore établi. Il s'établit

(1) *Séances de la Société française de Physique*, année 1893; p. 155. — *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXXIV, p. 280; 1892.

alors. Le calcul donne enfin un résultat de la forme

$$\xi = \rho e^{-kt} \cos(ht + \varphi) \qquad \text{pour } t > 0.$$

C'est une vibration amortie, identique à la vibration incidente; seulement les constantes ρ et φ sont variables avec θ. Elles sont respectivement le module et l'argument de l'imaginaire

$$\rho e^{i\varphi} = 1 + e^{(-k+ih)\theta}.$$

Le facteur d'amplitude ρ doit fixer notre attention parce que son carré ρ^2 peut servir de mesure à l'intensité I

$$(2) \qquad I = \rho^2 = 1 + 2e^{-k\theta} \cos h\theta + e^{-2k\theta}.$$

» Si l'on désigne par I_1 et I_2 un maximum de I et le minimum consécutif, la visibilité des anneaux sera représentée, d'après M. Michelson, par la formule

$$(3) \qquad V = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2}.$$

» Le calcul se simplifie beaucoup quand on suppose $\frac{k}{h}$ suffisamment petit devant l'unité $\left(\frac{k}{h} = \frac{1}{1000} \text{ par exemple}\right)$. Dans ce cas, les valeurs de θ qui annulent $\frac{dI}{d\theta}$ sont, très sensiblement,

$$(4) \quad \begin{cases} \theta_1 = \dfrac{2\mu\pi}{h} & \text{pour les maxima } I_1, \\ \theta_2 = \dfrac{(2\mu+1)\pi}{h} & \text{pour les minima } I_2, \end{cases} \qquad (\mu \text{ entier quelconque}).$$

» On en déduit, comme valeur très suffisamment approchée de la visibilité,

$$(5) \qquad V = \frac{2e^{-u}}{1 + e^{-2u}},$$

où l'on a pris pour variable

$$(6) \qquad u = \frac{k}{h} 2\mu\pi.$$

» Les valeurs de u sont proportionnelles à θ d'après les formules (4) et (6). Prenons-les pour abscisses; pour ordonnées prenons les valeurs de V déduites de la formule (5). Nous obtenons ainsi une courbe de visi-

bilité qui se rapproche beaucoup de celle qu'a obtenue M. Michelson avec la raie rouge du cadmium ($\lambda = 0^{\mu}, 64388$). Il est dès lors permis de supposer que cette lumière est due à une vibration amortie.

» 3. Calculons l'amortissement de la vibration pour la raie rouge du cadmium, d'après les observations de M. Michelson. Celles-ci donnent la visibilité V en fonction de la différence de marche X. En particulier, $V = 10$ pour $X = 250^{mm}$, différence de marche qui correspond au numéro de frange $\mu = 390\,000$. Les données V et μ suffisent pour calculer la constante $\frac{k}{h}$ caractéristique de l'amortissement au moyen des formules (5) et (6). Ces formules, résolues par rapport aux inconnues u et $\frac{k}{h}$, donnent, en effet,

$$(7) \qquad u = \frac{\log\left(\frac{1}{v} + \sqrt{\frac{1}{v^2} - 1}\right)}{\log e}, \qquad \frac{k}{h} = \frac{u}{2\mu\pi}.$$

La première formule (7) donne $u = 3$; et cette valeur portée dans la seconde formule (7) donne pour l'amortissement

$$\frac{k}{h} = \frac{1}{800\,000}.$$

Ainsi, la simplification que nous avons admise dans le calcul de la formule (3) est largement justifiée.

» 4. En résumé, la raie rouge de la lumière du cadmium s'explique par une vibration amortie. Les lumières plus complexes pourraient sans doute être expliquées par la superposition de deux ou plusieurs vibrations amorties. Cette interprétation paraît particulièrement satisfaisante : comme pour les diapasons, le fait de la transmission de l'énergie de la source au milieu environnant comporte nécessairement un amortissement de la source. Quoi qu'il en soit, ce qui précède prouve au moins que l'interprétation de M. Michelson ne s'impose pas. C'est une hypothèse restrictive qui a permis à M. Michelson de déterminer son problème : elle consiste à admettre que la lumière du cadmium, par exemple, est composée de vibrations *purement sinusoïdales* et *incapables d'interférer entre elles*. L'hypothèse ne me paraît pas justifiée comme je l'ai expliqué dans ma dernière Note ([1]). Il importait de faire ces réserves théoriques; mais il importe aussi d'ajouter que la présente Note n'infirme pas les résultats pratiques du beau

---

([1]) *Comptes rendus*, t. CXXX, p. 401; 12 février 1900.

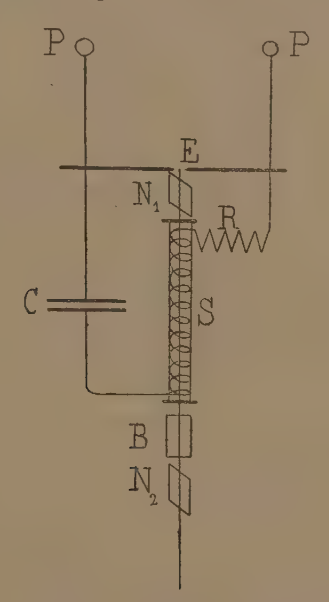
Mémoire de M. Michelson : les composantes d'une radiation multiple demeurent où les a placées l'auteur, et la courbe d'intensité donnée pour chacune d'elles est au moins un schéma qui représente, dans une certaine mesure, la constitution de ces composantes.

» Ajoutons que, si la lumière blanche était due à une vibration amortie, les anneaux fournis par la lumière blanche seraient blancs et non pas colorés ([1]). »

PHYSIQUE. — *Disparition instantanée de la polarisation rotatoire magnétique.* Note de MM. **H. Abraham** et **J. Lemoine**, présentée par M. J. Violle ([2]).

« Dans une Communication antérieure, nous avons exposé une méthode générale de mesure des durées infinitésimales. Elle nous a permis déjà d'évaluer la durée de la disparition du phénomène de Kerr. Nous allons en montrer aujourd'hui l'application à l'étude de l'extinction de la polarisation rotatoire magnétique.

» Un tube de verre de 16^{cm} de longueur, 1^{cm} de diamètre extérieur et 1^{mm} d'épaisseur est fermé à ses deux extrémités par des glaces normales à l'axe. Il est rempli de



sulfure de carbone et enveloppé d'un solénoïde occupant toute la longueur du tube

([1]) Cf. *ibid.* et aussi p. 79, 8 janvier et p. 130, 15 janvier.
([2]) Travail fait au laboratoire de physique de l'École Normale supérieure.

comprenant 25 spires enroulées sur sa surface extérieure et constituées par un fil de $0^{mm},7$ de diamètre. Le condensateur C, en verre recouvert de papier d'étain, le solénoïde S et la résistance liquide R constituent un circuit rattaché aux pôles P d'un transformateur à haut voltage. Le déflagrateur E, en dérivation sur ces mêmes pôles, permet la décharge du condensateur C. Les étincelles de décharge, longues de 7^{mm}, sont fractionnées par soufflage.

» Dans l'intervalle de deux étincelles successives, le courant de charge du condensateur C est trop faible pour produire une polarisation rotatoire appréciable. Pendant l'étincelle, au contraire, il se produit un courant de grande intensité qui communique au sulfure de carbone une polarisation rotatoire sensible.

» Afin de pouvoir déceler, s'il existe, un retard de la polarisation rotatoire sur le passage du courant, il est nécessaire d'opérer avec une décharge rapidement amortie. Nous la réalisons en disposant de la capacité du circuit et, surtout, en le coupant par une résistance liquide convenable.

» La source lumineuse est fournie par l'étincelle E. Le tube à sulfure de carbone est placé entre le nicol polariseur N_1 et l'analyseur constitué par le biréfringent B suivi du nicol N_2. Les sections principales de N_1 et de B étant parallèles, le nicol N_2 est orienté de manière à amener à l'égalité les deux images que fournit le biréfringent. Cette égalité s'obtient pour deux positions de l'analyseur faisant entre elles un angle 2α qui mesure le double de la rotation moyenne du plan de polarisation pendant le passage du flux lumineux. La grande dispersion du phénomène nous obligeait d'ailleurs à opérer avec la lumière bleue, suffisamment monochromatique, que l'on obtient en intercalant sur le trajet des rayons lumineux une cuve remplie d'eau céleste.

» *Le principe de la méthode est de mesurer cette rotation à des époques différentes à partir de l'époque de l'étincelle. Il suffit pour cela de faire parcourir à la lumière de l'étincelle un chemin variable avant de la faire passer dans le tube à sulfure de carbone.*

» Nous citerons, dans nos expériences, deux cas extrêmes. Le premier ne donnait presque pas d'amortissement, le second avait été étudié dans le but de réaliser le meilleur amortissement de la décharge.

» *Première expérience.* — La résistance liquide du circuit est supprimée. Le condensateur C, de capacité relativement grande, correspond à $\frac{S}{4\pi e} = 25$. Le retard de l'étincelle est exprimé en mètres dont chacun correspond donc à $\frac{1}{300}$ de μs.

Distance parcourue par la lumière.	Double rotation du nicol.
m	o
0,20	6,1
2,90	5,9
34	4,3

» Le phénomène diminue de $\frac{1}{3}$ en $\frac{1}{10}$ de μs. Nous considérons cet amortissement comme insuffisant.

» *Seconde expérience.* — Une colonne d'une dissolution saturée de sulfate de cuivre ayant une résistance d'environ 1 ohm est intercalée en R dans le circuit. Le condensateur C a une capacité plus faible $\left(\frac{S}{4\pi e}=9\right)$. On trouve :

Distance parcourue par la lumière.	Double rotation du nicol.
$0^m,20$	$4^o,5$
$2^m,60$	$2^o,3$

» Au delà de 6^m, le phénomène n'est plus mesurable ; il ne reste que la légère dépolarisation produite par le tube à sulfure de carbone.

» Dans cette dernière expérience, la polarisation rotatoire mesurée diminue de moitié en $\frac{1}{100}$ de μs et elle est presque nulle après un temps double.

» Or, comme nous l'avons signalé précédemment à propos du phénomène de Kerr, ce temps comprend à la fois la durée d'établissement de l'étincelle, la durée de la décharge et le retard possible de la polarisation rotatoire sur le courant.

» Nous pouvons donc affirmer que :

» *La polarisation rotatoire magnétique n'a pas un cent-millionième de seconde de retard sur le courant.*

» Remarquons encore que cette limite est un peu moins bonne que celle trouvée pour le phénomène de Kerr. Mais le solénoïde S, que l'on est bien forcé d'accepter ici, augmente la durée de la décharge. Nous avons vérifié expérimentalement qu'en intercalant ce même solénoïde dans le circuit de décharge d'un condensateur de Kerr, on trouvait le même amortissement pour les deux mesures électro-optiques.

» Cette dernière coïncidence rend alors très vraisemblable que : *La polarisation rotatoire magnétique et le phénomène de Kerr suivent* SANS AUCUN RETARD *les variations des champs qui les produisent.* »

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur un procédé de préparation des arséniures, des antimoniures alcalins et de quelques alliages des métaux alcalins* ([1]). Note de M. P. **Lebeau**, présentée par M. Henri Moissan.

« Les arséniures alcalins préparés par union directe du métal avec l'arsenic renferment toujours un excès de métal ou d'arsenic en dissolution. Les produits fondus ainsi obtenus présentent une composition variable pour chaque expérience, alors même que l'on a mélangé les deux corps simples dans le rapport correspondant aux formules assignées à ces composés par Gay-Lussac et Thénard. Nous pensons que cette difficulté d'obtenir un arséniure défini est due au dégagement notable de chaleur produit par la combinaison, dégagement qui entraîne la volatilisation d'une partie notable de l'arsenic ou du métal avant que la réaction ne soit complète. L'hydrogène arsénié réagissant à chaud sur un métal alcalin ne donne pas de meilleurs résultats; en effet la facile décomposition de ce gaz en hydrogène et arsenic sous l'action de la chaleur nous ramène au cas précédent.

» Nous avons tout d'abord essayé de préparer des arséniures définis en faisant agir l'hydrogène arsénié liquéfié sur les métaux alcalins. A cet effet, nous disposions dans un tube de verre fermé à une extrémité, d'un diamètre intérieur de 8^{mm}, un poids déterminé de métal; ce tube, traversé par un courant d'hydrogène arsénié, était ensuite refroidi à $-80°$, de façon à liquéfier une quantité de gaz suffisante, pour obtenir une transformation complète du métal. Le tube était finalement scellé et abandonné à la température ordinaire.

» Le potassium, le sodium et le lithium ne se dissolvent point dans l'hydrogène arsénié liquéfié, ni à $-80°$ à la pression atmosphérique, ni à la température ordinaire en tube scellé; il ne se produit donc pas, dans ces conditions, de métaux arséniums comparables aux métaux ammoniums. Les métaux alcalins sont cependant attaqués, ils se recouvrent d'une couche brune et augmentent de volume, mais la transformation est très lente. Après huit jours, les tubes ont été refroidis, puis ouverts; il s'est tout d'abord dégagé une quantité notable d'hydrogène, et nous avons laissé ensuite évaporer la couche incolore d'hydrogène arsénié. Le produit brun foncé restant dans le tube est un arséniure amorphe impur, il

---

([1]) Laboratoire des Hautes-Études de M. Moissan.

renferme toujours un excès d'arsenic et retient un peu d'hydrogène arsénié.

» M. Hugot a réussi à préparer les corps $AsNa^3$, AsK^3 et As^4K^2 (1) en faisant réagir l'arsenic sur le sodammonium et le potassammonium et en dissociant ensuite sous l'action du vide, à 300°, le composé ammoniacal formé dans cette action. Les produits ainsi préparés sont amorphes et renferment, d'après M. Hugot, un peu d'amidure alcalin. Nous avons substitué à l'arsenic l'hydrogène arsénié, mais les résultats obtenus n'ont pas été meilleurs. L'hydrogène arsénié, traversant bulle à bulle une dissolution de l'un des métaux ammoniums dans un excès de gaz ammoniac liquéfié, produit rapidement une décoloration presque complète, on obtient un liquide limpide jaune pâle qui abandonne, au fur et à mesure de son évaporation, un composé d'un beau rouge identique aux composés décrits par M. Hugot et formé d'une combinaison d'arséniure alcalin et d'ammoniaque. Par la décomposition sous l'action de la chaleur et du vide, on obtient un arséniure amorphe impur.

» La préparation du calcium cristallisé de M. Moissan (2) a montré que le sodium fondu pouvait dissoudre facilemennt ce métal et l'abandonner par refroidissement sous la forme cristalline. Nous avons recherché si ce pouvoir dissolvant du sodium existait également pour les corps composés, notamment pour les arséniures. Nos premiers essais nous ont convaincu que cette réaction pouvait fournir un moyen pratique de préparation des combinaisons des métaux alcalins avec l'arsenic, l'antimoine, le bismuth, l'étain et la plupart des métaux. L'élimination du métal alcalin qui sert de dissolvant n'était pas cependant toujours très facile; un très grand nombre de ces composés sont, en effet, détruits par l'alcool absolu. Nous avons dû recourir à l'emploi du gaz ammoniac liquéfié, qui nous permettait d'enlever à froid, et d'une façon complète, l'excès de métal alcalin sous forme de métal ammonium.

» Nous décrirons comme exemple la préparation de l'arséniure de sodium de formule $AsNa^3$:

» L'arséniure est préparé en présence d'un excès de sodium qui doit servir de dissolvant. On introduit dans un creuset de fer à couvercle vissé un mélange d'arsenic pur et de sodium dans les proportions suivantes : arsenic 75p, sodium 150p.

---

(1) C. Hugot, *Action du sodammonium sur l'arsenic* (*Comptes rendus*, t. CXXVII, p. 553). *Action du potassomonium sur l'arsenic* (*Comptes rendus*, t. CXXIX, p. 603).
(2) H. Moissan, *Préparation du calcium cristallisé* (*Comptes rendus*, t. CXXVI, p. 1753).

» On chauffe le creuset au rouge sombre dans un petit fourneau à charbon de bois, puis on laisse refroidir lentement. Après refroidissement complet, on dévisse le couvercle et l'on extrait, aussi rapidement que possible, le contenu du, creuset qui a la consistance du sodium. On le conserve ensuite dans des flacons bien secs, remplis d'azote.

» Pour procéder à l'épuisement par le gaz ammoniac liquéfié, nous avons utilisé un appareil très simple ne différant du digesteur Dupré que par le rapport de ses dimensions. Le tube central à siphon du digesteur Dupré a une longueur double du manchon extérieur. Ce dernier est assez large pour recevoir une quantité suffisante d'un mélange réfrigérant d'acétone et d'anhydride carbonique et refroidir à —80° la moitié du tube central. C'est dans cette partie que l'on introduit, à l'abri de l'air et de l'humidité, le mélange d'arséniure de sodium et de sodium préparé précédemment. La portion supérieure du cylindre central porte un bouchon de caoutchouc traversé par un tube de verre mis en communication avec un appareil à gaz ammoniac parfaitement desséché. A la partie inférieure se trouve soudé le tube de verre formant siphon et qui dans ce cas n'atteint que $\frac{1}{3}$ de la hauteur du tube. L'extrémité de ce siphon débouche dans un matras refroidi dans lequel on recueille la solution de sodammonium.

» On commence par faire passer dans tout l'appareil le courant de gaz ammoniac et lorsque toute trace d'air est expulsée on refroidit le digesteur et le matras récipient. Le sodium se dissout et la belle solution bleue du métal ammonium s'écoule lentement. On arrête la liquéfaction dès que le liquide passe incolore. On interrompt alors la communication avec l'appareil producteur de gaz ammoniac et on laisse le tube renfermant l'arséniure reprendre la température ordinaire, puis on substitue au courant d'ammoniac un courant d'azote pur et sec.

» Lorsque ce dernier gaz n'agit plus sur le tournesol rouge, on débouche l'appareil et l'on fait tomber le produit cristallin qui s'y trouve dans un tube à essai que l'on scelle à la lampe. Nous avons dû employer l'azote pour éliminer les dernières traces de gaz ammoniac de préférence à l'hydrogène qui rendait le produit pyrophorique.

» L'arséniure de sodium obtenu se présente en petits cristaux noirs, brillants, répondant à la formule $AsNa^3$.

» Nous avons préparé de la même façon $SbNa^3$, $BiNa^3$ et $SnNa^4$. Ce procédé s'applique également à la préparation des composés correspondant du potassium et du lithium. Nous avons pu, en outre, isoler d'autres alliages cristallisés des métaux alcalins dont nous poursuivons l'étude.

» En résumé, l'arsenic ou l'hydrogène arsénié gazeux ou liquéfié, réagissant sur les métaux alcalins, ne fournissent pas d'arséniures purs et cristallisés.

» L'hydrogène arsénié liquéfié ne dissout point les métaux alcalins, ni à — 80°, ni à la température ordinaire sous sa propre pression. Il ne se forme donc pas de métaux-arséniums comparables aux métaux ammoniums. L'emploi d'un métal alcalin comme dissolvant de son arséniure et l'élimination de l'excès de métal au moyen de gaz ammoniac liquéfié con-

stituent un excellent procédé de préparation des arséniures cristallisés. Cette méthode est d'un usage assez général et permet d'obtenir commodément des alliages définis et cristallisés des métaux alcalins. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'iodure d'azote* [1]. Note de M. C. **Hugot**, présentée par M. A. Ditte.

« On a décrit sous le nom d'*iodure d'azote* des corps plus ou moins définis, auxquels on a attribué des formules très variables, mais se rapportant presque toutes au type AzH^3. Telles sont : AzI^3 (Gay-Lussac, Stehlschmidt), $AzHI^2$ (Bineau, Gladstone, Raschig, Szuhay, Seliwanoff), AzH^2I (Millon, Marchand). On a proposé aussi d'autres formules plus complexes telles que AzH^3, AzI^3 (Bunsen) ou $Az^2H^3I^3$ (Chattaway), ou encore $AzH^3, 4AzI^3$ (Bunsen) et $Az^5H^5I^{10}$, $3AzH^5.5AzI^3$ (Guyard) et même $Az^3H^3I^5$ et AzH^3I^2 qui ne répondent pas au type AzH^3.

» J'ai pensé qu'il y avait intérêt à examiner de nouveau cette question en opérant, comme dans mes recherches précédentes, c'est-à-dire à l'aide du gaz ammoniac liquéfié et en dosant tous les produits formés. C'est le résultat de ces expériences qui fait l'objet de cette Note.

» Tout d'abord, lorsqu'on fait arriver du gaz ammoniac sec sur de l'iode sec, ce dernier semble fondre au contact du gaz ; il se produit un liquide noir visqueux avec un dégagement de chaleur très sensible. Si l'on continue à faire arriver du gaz ammoniac, le liquide noir devient moins visqueux et prend une teinte rouge.

» Cette réaction a déjà été signalée par Colin [2], qui conclut à deux degrés d'ioduration, correspondant respectivement au liquide noir et au liquide rouge. Millon [3], reprenant cette expérience, porta son attention sur le liquide rouge et lui donna le nom d'*ammoniure d'azote*. Il constata qu'il n'était pas détonant et que, traité par l'eau, il laissait déposer une poudre noire qui avait les propriétés du corps appelé *iodure d'azote*. Il donna à ce liquide rouge la formule compliquée suivante :

$$3(I^2H^2, Az^2H^6) + (I^6Az^2, 2Az^2H^6) + 6I,$$

---

(1) Travail fait au Laboratoire de Chimie industrielle de la Faculté des Sciences de Bordeaux.

(2) Colin, *Ann. de Chim. et de Phys.*, t. XCI, p. 5 ; 1814.

(3) Millon, *Ann. de Chim. et de Phys*, 2e série, t. LXIX, p. 78 ; 1838.

Colin constate un dégagement d'azote, Millon n'en fait pas mention.

» J'ai observé qu'au début il n'y avait pas dégagement d'azote, mais qu'on constatait la production de ce gaz en poursuivant l'expérience pendant quelques heures.

» J'ai opéré alors autrement :

» Le tube contenant l'iode, étant plongé dans un mélange réfrigérant, on y fait arriver du gaz ammoniac sous pression. Ce gaz se liquéfie. Après en avoir condensé ainsi un volume assez notable, on constate que le liquide noir, d'abord formé, est devenu rouge. Puis cette coloration disparaît à son tour, laissant une liqueur à peine colorée en jaune ; au fond du tube se sont déposées de fines aiguilles d'un vert très foncé.

» Si on laisse alors l'ammoniac s'évaporer, les changements inverses se produisent ; on voit réapparaître le liquide rouge, stable sans décomposition sous la pression atmosphérique, et les cristaux verts disparaissent. Pour les isoler et étudier leur nature, j'ai eu recours à l'appareil déjà décrit dans des Notes précédentes [1] qui permet de séparer les cristaux du liquide qui les baigne et de les laver à l'ammoniac liquéfié.

» On peut ensuite séparer les deux parties de l'appareil où l'on trouve, d'une part les cristaux verts, et d'autre part les autres produits de la réaction.

» 1° *Analyse des cristaux verts.* — La plupart des tentatives de décomposition directe ont abouti à une violente explosion ; j'ai préféré laisser la matière se décomposer spontanément et lentement. Au-dessous de $+10°$, ce corps paraît assez stable ; on peut même le conserver plusieurs jours sans constater de décomposition ; mais il n'en est plus ainsi au-dessus de cette température. A $+18°$, par exemple, en vingt-quatre heures, 1^{gr} de ce corps paraît à peu près complètement décomposé et l'on obtient de l'iode, de l'iodure d'ammonium, de l'ammoniac et de l'azote. En faisant le vide, on recueille ces gaz et on les mesure ; dans le résidu, on dose facilement l'iode libre et l'iodure d'ammonium. Les nombres trouvés correspondent très sensiblement à la formule $AzI^3, 3AzH^3$ avec un léger excès d'ammoniac d'environ un dixième.

» 2° *Examen du résidu.* — La matière, séparée des cristaux verts, ramenée à la température ordinaire et placée dans le vide, perd de l'ammoniac et une très petite quantité d'azote ; en même temps sa coloration devient plus intense, ce qui indique que la proportion d'iode libre augmente ; le résidu est surtout formé d'iodure d'ammonium.

» On peut tirer de là l'explication de tous les faits observés : quand on fait arriver de l'ammoniac sec sur de l'iode sec, il y a formation d'iodure d'ammonium ammoniacal [2] et d'iodure d'azote ammoniacal :

$$16\,AzH^3 + 6I = 3(AzH^4I, 3\,AzH^3) + AzI^3, 3\,AzH^3.$$

---

(1) *Comptes rendus*, t. CXXVII, p. 553.

(2) Ce composé n'est autre chose que l'iodure $AzH^4I, 3AzH^3$ décrit par M. Troost (*Comptes rendus*, t. XCII, p. 715).

» Pour un poids d'iode égal à $1^{gr},674$, par exemple, on a trouvé une augmentation de poids de $0^{gr},5814$. Calculée avec cette formule, l'augmentation devait être $0^{gr},5975$.

Mais la réaction est incomplète si l'on ne met pas un grand excès d'ammoniac, car la liqueur rouge que l'on obtient en opérant sous la pression atmosphérique contient de l'iode libre, qui ne disparaît que lorsque l'on fait arriver de l'ammoniac sous pression; le liquide est alors jaune très pâle.

» Le composé $AzH^4I, 3AzH^3$ est donc, à la température à laquelle on opère, un liquide qui dissout facilement l'iode et l'iodure d'azote. Mais la solubilité de ce dernier est moindre dans une solution d'iodure d'ammonium ammoniacal dans l'ammoniaque liquide, de sorte qu'on obtient une partie de ce corps en cristaux. Quand on décante, la majeure partie de l'iodure d'azote se trouve ainsi isolée; le liquide décanté est formé d'ammoniaque en excès, d'iodure d'ammonium ammoniacal, d'un peu d'iodure d'azote et de la trace d'iode libre restée en excès. Si l'on fait dégager l'ammoniac de cette dernière portion, la petite quantité d'AzI^3 dissous se décompose en donnant de l'azote et de l'iode libre. Le liquide est, en effet, rouge foncé; l'azote recueilli, $0^{gr},00546$, correspond à $0^{gr},1486$ d'iode; or, on a trouvé pour l'iode libre un nombre très voisin, $0^{gr},1534$; la petite différence représente la trace d'iode dont il est parlé plus haut.

» L'iodure d'azote ammoniacal $AzI^3, 3AzH^3$, maintenu à 30° dans le vide, perd une molécule d'ammoniaque et laisse un beau corps cristallisé, présentant une couleur jaune laiton. Sa formule est $AzI^3, 2AzH^3$. Celui-ci, exposé à son tour à zéro, dans le vide, perd une autre molécule de gaz ammoniac et donne des aiguilles très fines, violettes, dont la formule est AzI^3, AzH^3.

» Cette dernière substance se décompose dans le vide sans explosion quand on la chauffe lentement sans dépasser 50°. Au-dessus de cette température, il se produit une violente détonation.

» Je n'ai pu enlever à ce corps sa dernière molécule d'ammoniaque sans le décomposer en même temps. Toutefois, j'ai observé qu'au début l'ammoniac est en proportion plus considérable que l'azote, et cela semble indiquer que cette décomposition peut avoir lieu.

» En résumé, j'ai obtenu les corps $AzI^3, 3AzH^3$; $AzI^3, 2AzH^3$ et AzI^3, AzH^3, parfaitement cristallisés; on peut les considérer comme des combinaisons ammoniacales de l'iodure d'azote, d'après la facilité avec laquelle ils perdent de l'ammoniac. Si l'on écrit les formules brutes de ces corps

$Az^4H^9I^3$, $Az^3H^6I^3$ et $Az^2H^3I^3$, on voit que ce dernier seul (Bunsen, Chattaway) figure dans la liste des composés, signalés au début de cette Note. »

THERMOCHIMIE. — *Méconine, acide opianique, acide hémipinique* (1). Note de M. Émile Leroy.

« *Méconine :* $C^{10}H^{10}O^4$. — La méconine pure a été brûlée dans la bombe calorimétrique. On a trouvé, pour la combustion de 1gr, 5857cal,3; 5859cal,3; 5854cal,4; en moyenne 5857cal,0; d'où, pour une molécule = 194 :

	Cal
Chaleur de combustion à volume constant.............	1136,2
» à pression constante...........	1136,5
Chaleur de formation à partir des éléments...........	+151,6

» La méconine étant considérée comme un diméthoxyphtalide

$$(CH^3O)^2C^6H^2\left\langle\begin{matrix}CH^2\\CO\end{matrix}\right\rangle O,$$

il est intéressant de la comparer au phtalide. La différence des chaleurs de combustion de ces deux corps est 251Cal,1 ou 125Cal,5 × 2, nombre tout à fait comparable aux différences qui existent entre l'anisol et la benzine 128Cal,6, l'éther crésylméthylique et le toluène 123Cal,5, l'éther diméthylique de la résorcine et la benzine 123Cal,0 × 2, etc.

» *Acide opianique :* $C^{10}H^{10}O^5$. — C'est l'acide-aldéhyde provenant de l'oxydation de la méconine.

» On a trouvé, pour la combustion de 1gr, 5200cal,5; 5195cal,4; 5180cal,7; en moyenne 5192cal,2; d'où, pour une molécule = 210 :

Chaleur de combustion à pression et volume constants..	1090Cal,4
Chaleur de formation par les éléments...............	+197Cal,7

» On en déduit encore pour la formation à partir de la méconine

$$C^{10}H^{10}O^4 + O = C^{10}H^{10}O^4 + 46^{Cal},1.$$

» Ce nombre est sensiblement inférieur à la chaleur moyenne dégagée dans la réaction

$$\text{alcool} + O = \text{aldéhyde} + H^2O,$$

réaction qui dégage, en effet, 56Cal,2 pour l'alcool éthylique, 53Cal,6 pour l'alcool benzylique, 53Cal,0 pour l'alcool furfurique, etc., c'est-à-dire un peu plus de 50Cal. Si, par analogie, on admet une pareille valeur pour la transformation de l'acide-alcool, dont la méconine est le lactone, en acide opianique, on voit que la déshydratation de cet

(1) Laboratoire du Collège de France.

acide-alcool pour former là méconine doit correspondre à un phénomène thermique faible. Cela doit être rapproché de la petitesse du phénomène thermique qui correspond à la formation du glycolide et du lactide. Ce sont là des propriétés générales des anhydrides internes ou lactones.

» *Chaleur de dissolution.* — On a trouvé pour chaleur de dissolution de l'acide opianique dans l'eau (1 mol. $=$ 100^{lit}) à 12° — 6^{Cal},81.

» *Chaleur de neutralisation.* — L'acide opianique solide a été dissous dans KOH (1 mol. $=$ 10^{lit}), ce qui a dégagé $+$8^{Cal},72; l'addition d'une seconde molécule de potasse a encore dégagé $+$0^{Cal},4. On déduit de là la chaleur de neutralisation de l'acide dissous par KOH dissous $+$15^{Cal},53.

» L'action de HCl étendu sur une solution d'opianate de potassium a absorbé —1^{Cal},60; inversement, l'acide opianique dissous est sans effet thermique sur une solution de KCl; cela conduit à $+$15^{Cal},60 pour la neutralisation de l'acide opianique, nombre très voisin de celui qui est fourni par les expériences directes.

» L'acide opianique dissous déplace presque complètement l'acide acétique : l'action du premier acide sur une solution d'acétate de potassium a dégagé en effet $+$2^{Cal},0; le déplacement total aurait donné $+$2^{Cal},2.

» *Opianate de potassium.* — Le sel cristallisé dans l'eau renferme 2,5H^2O. La dissolution du sel hydraté dans l'eau (1 mol. $=$ 10^{lit}) vers 10° a absorbé — 4^{Cal},88. La dissolution du sel déshydraté à froid dans le vide a dégagé $+$4^{Cal},30. On en déduit pour la chaleur d'hydratation du sel $+$9^{Cal},18 à partir de l'eau liquide et $+$5^{Cal},28 à partir de l'eau solide, et pour la chaleur de formation du sel solide

$$C^{10}H^{10}O^5 \text{ sol.} + KOH \text{ sol.} = C^{10}H^9O^5K \text{ sol.} + H^2O \text{ sol.} + 18^{\text{Cal}},44.$$

» Si, au lieu de déshydrater le sel à froid dans le vide, on le déshydrate à 100°, on trouve pour sa chaleur de dissolution des nombres plus faibles et qui paraissent s'abaisser d'autant plus que l'action de la chaleur a été plus prolongée : dans une expérience, la chaleur de dissolution s'est abaissée à $+$1^{Cal},20. Le sel déshydraté sous l'action de la chaleur éprouve donc des modifications spéciales; ces modifications ont pour effet d'augmenter la chaleur de formation du sel dans l'état solide et de la rendre voisine de celle de l'acétate de potassium.

» *Opianates de méthyle.* — On connaît deux éthers méthyliques isomères de l'acide opianique, auxquels on attribue les formules

I $$(CH^3O)^2C^6H^2\left\langle\begin{matrix}CHO\\CO^2CH^3\end{matrix}\right.$$

II $$(CH^3O)^2C^6H^2\left\langle\begin{matrix}CH\\CO\end{matrix}\right\rangle O \quad \begin{matrix}-OCH^3\\ \\ \end{matrix}$$

le premier fondant à 82°-84° s'obtient par l'action de l'iodure de méthyle sur l'opianate d'argent; le second fondant à 103°-104°, par l'ébullition d'une solution d'acide opianique dans l'alcool méthylique. Il m'a semblé qu'il y aurait quelque intérêt à étudier au point de vue thermique ce cas d'isomérie.

» On a trouvé, pour le premier corps : chaleur de combustion pour 1^{gr}, 5624^{cal},2;

5631^cal,8; moyenne 5628^cal,0; et pour le second 5626^cal,2; 5645^cal,2; 5631^cal,9; moyenne 5634^cal,4; d'où, pour une molécule = 224 :

	Premier éther.	Deuxième éther.
	Cal	Cal
Chaleur de combustion à volume constant........	1260,7	1262,1
» pression constante......	1261,0	1262,4
Chaleur de formation par les éléments...........	+ 190,4	+ 189,0

Les deux éthers ont donc sensiblement la même chaleur de formation.

» *Acide hémipinique* $C^{10}H^{10}O^6$. — C'est l'acide bibasique provenant de l'oxydation de l'acide opianique.

» La combustion de l'acide déshydraté à froid dans le vide sec a dégagé, pour 1^gr, 4554^cal,6; 4524^cal,1; 4526^cal,1: en moyenne 4534^cal,9; d'où, pour une molécule = 226 :

	Cal
Chaleur de combustion à volume constant...........	1024,9
» pression constante..........	1024,6
Chaleur de formation par les éléments...............	+ 263,5

» Si nous comparons tout d'abord l'acide hémipinique à l'acide phtalique, nous trouvons que la différence des chaleurs de combustion est 126^Cal,5 × 2; ce qui s'accorde avec ce fait que l'acide hémipinique est un acide diméthoxyphtalique.

» Nous voyons en outre que l'oxydation de l'acide opianique en acide hémipinique dégage + 65^Cal,8; c'est la valeur ordinaire qui correspond à la transformation d'un aldéhyde en acide.

» Si l'on compare enfin l'acide hémipinique à la méconine, on voit que

Méconine + O^2 = acide hémipinique...... + 111^Cal,9

réaction qu'on doit rapprocher de la suivante

Phtalide + O^2 = acide phtalique.......... + 113^Cal,8

CHIMIE CRISTALLOGRAPHIQUE. — *Dédoublement du benzylidène-camphre racémique. Isomorphisme des deux composants actifs* (¹). Note de M. J. **Minguin.**

« M. Haller a montré que les aldéhydes aromatiques réagissent sur le camphre sodé pour donner des combinaisons bien cristallisées (²). Nous

(¹) Travail fait à l'Institut chimique de l'Université de Nancy.

(²) *Comptes rendus*, t. CXIII, p. 22.

nous occupons depuis quelque temps de l'étude cristallographique de ces différents composés et de la préparation d'un certain nombre de racémiques, pour essayer sur eux des dédoublements et comparer leurs propriétés physiques et géométriques à celles de leurs composants. La Note que nous avons l'honneur de présenter à l'Académie contient le résultat de nos recherches sur le benzylidène-camphre $C^8H^{14}\langle{}^{C = CH.C^6H^5}_{CO}$ dans ses modifications droite, gauche et racémique.

» Nous rappellerons d'abord que les cristaux droits et gauches appartiennent au système orthorhombique, tandis que les racémiques sont du système monoclinique [1]; que les modifications actives ne possèdent pas de facettes hémiédriques, mais que, néanmoins, on peut les différentier nettement au moyen des figures de corrosion [2]. Nous ajouterons aussi que la corrosion sur les faces *p* du benzylidène-camphre racémique donne, comme on pouvait s'y attendre, des figures symétriques par rapport à la clinodiagonale.

» Pour dédoubler le benzylidène camphre racémique, nous employons une méthode connue (cessation de la sursaturation avec un composant actif droit ou gauche).

» L'emploi de l'alcool comme dissolvant n'a pas réussi; un cristal droit, introduit dans la dissolution sursaturée du racémique, s'est dissous entièrement; cette dissolution n'était pas saturée par rapport au droit.

» En employant le toluène, nous avons parfaitement réussi à effectuer le dédoublement; le cristal droit introduit ne s'est pas dissous et au bout d'un certain temps, autour de lui, se sont déposés de nombreux cristaux. La dissolution, cette fois, était saturée par rapport au droit.

» Voici exactement les conditions dans lesquelles nous nous sommes placés :

1° On a amorcé avec un cristal droit, à la température de $+14°$, 24^{gr} de racémique, en sursaturation dans 20^{cc} de toluène.

2° 18^{gr} de racémique ont été mis en sursaturation dans 20^{cc} de toluène et l'on a amorcé à $+5°$.

» Dans la première expérience, nous avons obtenu de très petits cristaux dont on reconnaît néanmoins la symétrie terbinaire (signe de dédoublement). Nous avons même effectué des mesures d'angles qui ne nous ont plus laissé de doute à ce sujet. De plus, nous avons tiré, en appliquant la méthode de corrosion, un certain nombre

---

(1) *Comptes rendus,* t. CXXII, p. 1546.

(2) *Comptes rendus,* t. CXXVIII, p. 1335.

de ces petits cristaux droits et gauches ne possédant pas, comme nous l'avons déjà dit, de facettes hémiédriques. Pour cela, on les plonge pendant quelques secondes dans le toluène et, après les avoir essuyés, on les examine au microscope. Les uns nous montrent un empilement caractérisant le composé gauche.

» Nous avons été ainsi en possession de $0^{gr},042$ de cristaux droits et $0^{gr},05$ de cristaux gauches.

» Ces poids de substances actives ont été dissous séparément dans 10^{cc} de toluène. L'observation au polarimètre, avec un tube de $0^{m},10$, a donné les nombres suivants :

Pour le droit................	$\alpha = -0°45'$	$\alpha_D = +178°$
Pour le gauche..............	$\alpha_1 = -1°25'$	$\alpha_{1D} = -262°$

» Dans la deuxième expérience, nous avons obtenu des cristaux un peu plus gros que nous avons séparés absolument de la même façon. Nous avons isolé $0^{gr},1236$ de cristaux droits et $0^{gr},1297$ de cristaux gauches. Nous avons dissous ces cristaux dans 10^{cc} de toluène, et, en observant au polarimètre avec un tube de $0^{m},10$, nous avons trouvé :

Pour le droit..............	$\alpha = +3°50'$	$\alpha_D = +310°$
Pour le gauche.............	$\alpha_1 = -1°46'$	$\alpha_{1D} = -130°$

» Si l'on se rappelle que le benzylidène-camphre actif a un pouvoir rotatoire égal à $\pm 430°$, on se demande pourquoi les cristaux de dédoublement ont des pouvoirs rotatoires inégaux entre eux et plus faibles que 430°.

» Les figures de corrosion vont nous fournir l'explication de cette différence. Nous avons remarqué en effet sur certains cristaux de dédoublement des plages droites et des plages gauches. Quand ce cas se présentait nous rejetions les cristaux, mais il eût fallu de plus regarder ceux que nous avions triés sur toutes leurs faces *m* corrodées et cela n'eût pas encore été suffisant, car dans une couche inférieure ces différentes plages eussent pu coexister.

» Nous avons affaire ici à un phénomène d'isomorphisme, c'est-à-dire que non seulement les molécules cristallines du benzylidène-camphre droit et gauche ont leur position d'équilibre sur un réseau identique, mais qu'elles peuvent exister non racémisées en proportions variables dans un même cristal.

» S'il en est ainsi, un cristal gauche, par exemple, devra faire cesser la sursaturation d'une dissolution de cristaux droits. C'est, en effet, ce qui arrive.

» Nous avons mis 6^{gr} de benzylidène-camphre droit dans 20^{cc} d'alcool absolu, puis nous avons ajouté un cristal racémique qui est resté intact sans produire de cessation

de sursaturation; nous avons alors ajouté un cristal gauche qui a donné naissance à un dépôt cristallin.

» Nous avons essayé la même opération au sein du toluène (18^{gr} de droit dans 20^{cc}); un cristal gauche aussi bien qu'un cristal racémique se sont dissous. L'opération ne réussit donc que si le racémique qui peut prendre naissance est insoluble dans les conditions de l'expérience.

» Le point de fusion des cristaux de dédoublement vient encore à l'appui de cette manière d'envisager le phénomène.

» La fusion de cristaux nets droits ou gauches commence à 78° (point de fusion du racémique) et finit à 82°-85°-90°. Quelquefois on rencontre des cristaux qui fondent nettement à 96° (point de fusion du benzylidène-camphre actif). Ceci s'explique facilement si l'on suppose dans un même cristal un mélange de droit et de gauche non racémisé qui, suivant les proportions de l'un et de l'autre, donnent des points de fusion différents et nullement précis. D'ailleurs, des mélanges artificiels de benzylidène-camphre droit et gauche en proportions variables présentent les mêmes particularités dans la fusion.

» C'est le premier composé du camphre qui ait été dédoublé de cette façon. M. Pope (¹) dernièrement a bien réussi à dédoubler la camphoroxime racémique, mais en employant une méthode qu'il a d'ailleurs généralisée, consistant à combiner la camphoroxime avec un acide fort, l'acide camphosulfonique, et soumettant le produit formé à des cristallisations méthodiques.

» D'après tout ce qui précède, il vient à l'idée qu'on pourrait considérer le pseudoracémisme et peut-être le racémisme vrai (²) comme étant d'ordre purement cristallographique, ne dépendant que de l'orientation réciproque des molécules cristallines optiquement inverses. »

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Méthode rapide de dosage de l'acide carbonique dans divers gaz.* Note de MM. **Léo Vignon** et **Louis Meunier**, présentée par M. Henri Moissan.

« Si, dans un flacon contenant de l'acide carbonique mélangé à d'autres gaz *neutres*, on introduit peu à peu une solution titrée d'eau de chaux

---

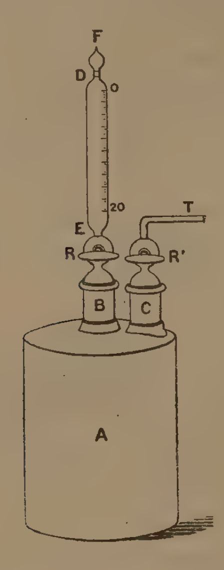
(¹) *Chem. Soc.*, t. LXXV, p. 1105-1109.

(²) Kipping et Pope, *Chem. Soc.*, t. LXXI-LXXII, p. 989-1000; 1897.

rougie par la phénolphtaléine, l'eau de chaux ne conservera une coloration rose persistante qu'après la saturation complète de l'acide carbonique.

» L'opération est rendue plus rapide et plus complète en faisant intervenir un peu d'alcool éthylique, qui facilite la formation du carbonate de calcium insoluble. La proportion d'acide carbonique est mesurée par la quantité d'eau de chaux employée pour obtenir la coloration rouge, déduction faite d'une certaine quantité absorbée pour la coloration de la phénolphtaléine.

» Le croquis indique la forme de l'appareil de verre employé :



» Les réactifs nécessaires sont : 1° une solution alcoolique de 5^{gr} de phénolphtaléine dans 100^{cc} d'alcool éthylique à 93°, parfaitement neutre et filtrée; 2° une solution saturée et titrée d'hydrate de chaux [renfermant $1^{gr},8$ $Ca(OH)^2$ par litre à la température de 15°]; 3° de l'alcool à 93°, neutre, ayant bouilli immédiatement avant d'effectuer le dosage.

» Indiquons le mode opératoire pour deux applications.

» *Dosage* CO^2 *dans le gaz d'éclairage.* — L'appareil, préalablement jaugé avec de l'eau, est rempli de gaz par déplacement; on laisse prendre au gaz la température et la pression extérieures en ouvrant et fermant rapidement le robinet R'. On note la température T et la pression H.

» Dans le flacon A, avant qu'il soit rempli de gaz, on a introduit 40^{cc} d'alcool à 93° contenant 10 gouttes de la solution de phénolphtaléine. Puis on fait alors tomber l'eau de chaux dans le flacon, goutte à goutte, au moyen de la burette, jusqu'à coloration rose persistante. Après chaque addition, la burette est fermée à l'aide du bouchon F, et l'on agite énergiquement; la coloration disparaît rapidement au début de l'expérience,

mais les dernières portions d'acide carbonique étant absorbées lentement, la durée de l'essai doit être prolongée pendant vingt à vingt-cinq minutes au moins.

» Quelques points de détail doivent être considérés : *a*. Si le gaz contient de l'ammoniaque et de l'hydrogène sulfuré, on lui fait traverser, avant de le recueillir, une solution acétique faible d'acétate de plomb ; *b*. Pour introduire l'eau de chaux dans l'appareil il suffit de refroidir le flacon par un courant d'eau.

» Finalement on lit le volume de l'eau de chaux employée, soit n^{cc} (déduction faite de l'eau de chaux nécessaire pour la coloration type). V étant la capacité du flacon, le volume du gaz à 0° et $0^m,760$ sera :

$$V \times \frac{H}{760} \times \frac{1}{1 + 0,00367\,T}.$$

» D'autre part, le volume de CO^2 à 0° et $0^m,760$ correspondant à n^{cc} d'eau de chaux contenant par litre $1^{gr},8$ $Ca(OH)^2$ est, en litres,

$$\frac{44 \times 1,8 \times n}{74 \times 1000 \times 1,965} = \frac{19,8 \times n}{36352,5} = 0,000544\,n.$$

» 1^{cc} d'eau de chaux correspond à $0^{cc},544$ CO^2 à 0° et $0^m,760$.

» 1 litre de gaz d'éclairage à 0° et $0^m,760$ contiendra

$$\text{litres } CO^2 : \frac{\dfrac{19,8 \times n}{36352,5}}{\dfrac{VH}{760(1 + 0,00367\,T)}} = \frac{19,8 \times n(1 + 0,00367\,T)760}{VH \times 36352,5}.$$

» *Dosage* CO^2 *dans l'air confiné.* — La rapidité de la méthode permet de suivre de quart d'heure en quart d'heure, par exemple, la variation des proportions de CO^2 contenues dans une salle habitée, une salle chauffée, une salle de cours, etc. La prise de gaz s'effectue très simplement en vidant le flacon préalablement rempli d'eau dans la salle dont on veut étudier l'atmosphère, et au point choisi pour la prise d'échantillon.

» On introduit ensuite, par la burette, 20^{cc} d'alcool à 93° contenant 10 gouttes de la solution de phénolphtaléine, puis 20^{cc} d'alcool à 93° ; la burette est rincée avec un peu d'eau, puis avec de l'eau de chaux avec laquelle on la remplit jusqu'au 0.

» La méthode, indépendamment de ces deux applications, se prête au dosage de CO^2 dans les gaz des hauts fourneaux, les gaz des foyers, les gaz de saturation des jus sucrés, à la condition que ces gaz ne contiennent pas de gaz acides autres que l'acide carbonique. »

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage volumétrique de l'acide borique* (¹). Note de M. **Alfred Stock**, présentée par M. Henri Moissan.

« Ayant à effectuer l'analyse d'un certain nombre de borures, nous avons employé pour le dosage de l'acide borique la méthode de M. Jones (²). Dans ce procédé, on neutralise dans la solution acide de l'acide borique les acides minéraux par un mélange d'iodure et d'iodate de potassium qui ne réagit pas sur l'acide borique même, de manière qu'on peut titrer celui-ci par la soude en ajoutant de petites quantités de mannite (³).

» Les résultats que nous avons obtenus n'étaient pas satisfaisants. Après avoir recherché quelles étaient les causes d'erreur, nous avons été amenés à modifier le dosage de la façon suivante.

» D'abord il est absolument nécessaire d'éviter minutieusement l'influence de l'acide carbonique. M. Jones, qui en a aussi reconnu l'importance, recommande d'employer une soude exempte de carbonate et de détruire l'acide carbonique libre de la solution qu'on veut titrer par un excès de chlorure de baryum. Nous avons trouvé que cette dernière précaution est insuffisante et inutile. Le changement de couleur n'est, en effet, jamais bien net et les valeurs trouvées pour l'acide borique dépassent toujours la quantité véritable de ce dernier d'au moins 1 pour 100.

» D'autre part, on évite complètement cette cause d'erreur quand on n'emploie que des réactifs dont on a chassé l'acide carbonique par ébullition, et quand on fait bouillir, dans le même but, la solution acidulée de l'acide borique au réfrigérant à reflux pendant un quart d'heure. Il est bien évident que la soude employée était débarrassée d'avance du carbonate au moyen du chlorure de baryum. Dès lors, le changement de couleur se fait avec la plus grande netteté et les chiffres obtenus sont absolument exacts, même quand le volume du liquide est de beaucoup supérieur à 50^{cc}, vo-

---

(¹) Laboratoire des Hautes Études de M. Moissan.

(²) *Amer. Journ. of Science*, t. VII, p. 147, et *Ztschr. f. anorg. Chemie*, t. XX, p. 216.

(³) Plus récemment, M. Jones a publié un procédé iodométrique du dosage de l'acide borique (*Amer. Journ. of Science*, t. VIII, p. 127, et *Ztschr. f. anorg. Chemie*, t. XXI, p. 169), mais qui ne peut être employé en présence de certains métaux, notamment dans le cas de l'aluminium qui nous intéressait particulièrement.

lume qu'on ne devrait pas dépasser, d'après M. Jones, pour avoir de bons résultats ([1]).

» Ce départ complet de l'acide carbonique empêche en même temps la formation du précipité de carbonate de baryum qui est très gênant au moment du virage.

» Pour la même raison, c'est-à-dire pour avoir un liquide bien limpide, nous jugeons inutile d'ajouter au mélange de l'iodure et de l'iodate de potassium de l'amidon, parce que l'excès d'hyposulfite de soude, que l'on emploie plus tard pour la décoloration de l'iode mis en liberté, n'est point nuisible. D'ailleurs, une seule goutte d'une solution d'hyposulfite à 20 pour 100 suffit toujours pour faire disparaître bien nettement la couleur jaune de l'iode.

» En opérant comme il vient d'être indiqué, la sensibilité du procédé de M. Jones est absolument comparable à celle du titrage d'un acide minéral par la soude et la phénolphtaléine.

» Nous avons également fait quelques observations sur l'influence de la présence de certains métaux dans la solution borique. Pendant que les métaux alcalins et les terres alcalines n'altèrent d'aucune façon le titrage en question, il n'en est plus de même pour les métaux qui sont précipités eux-mêmes par la soude. Malgré cela il ne faut pas toujours séparer ces métaux de la solution borique; ainsi que nous l'avons publié dans une Note précédente (*Comptes rendus*, t. CXXX, p. 175), le mélange de l'iodure et de l'iodate de potassium précipite quantitativement les solutions de l'aluminium ou du fer par exemple, quand on opère à chaud. Donc, quand on se trouve en présence des sels d'aluminium ou de fer, on décolore, après avoir ajouté le mélange iodique, par un excès suffisant d'hyposulfite, on chauffe au bain-marie pendant une demi-heure et l'on titre après refroidissement du liquide sans tenir compte des hydrates précipités.

» La durée de l'opération devient un peu plus longue lorsque, à la fin du titrage, il faut attendre le dépôt du précipité pour l'examen de la couleur du liquide; mais il n'est pas possible de filtrer l'alumine ou l'oxyde de fer parce qu'ils renferment souvent des quantités variables de borates, quand il y a un grand excès d'acide borique. Du reste, ces borates sont facilement décomposés par la soude, et le titrage est encore très précis. »

([1]) Seulement la quantité de mannite nécessaire s'augmente en proportion du volume du liquide.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Recherches sur la genèse des composés de la série du menthol dans les plantes* (¹). Note de M. **Eugène Charabot**, présentée par M. Moissan.

« J'ai indiqué récemment (*Comptes rendus*, 6 novembre 1899, 29 janvier 1900; *Bull. Soc. chim.*, 3ᵉ série, t. XXI et XXIII) la série des transformations que subit le linalol au fur et à mesure que la plante se développe et que l'huile essentielle chemine à travers ses divers organes. Je vais envisager maintenant le cas d'un alcool secondaire, le *menthol*, $C^{10}H^{20}O$, que l'on rencontre dans l'essence de *Mentha piperita* à côté de la cétone correspondante, la *menthone*, $C^{10}H^{18}O$.

» Le travail que je me propose d'exposer a porté sur quatre essences originaires du midi de la France et extraites aux divers stades du développement de la plante (²).

» Une première essence a été retirée de plantes portant des grappes florales, mais avant l'apparition des boutons (rendement 0,1515 ponr 100). Après la formation des boutons, on a distillé séparément, d'une part les tiges portant des feuilles, mais débarrassées des inflorescences (rendement 0,1239 pour 100), d'autre part les inflorescences seules (rendement 0,2829 pour 100). Enfin, le 7 août, au moment où les plantes étaient complètement développées et fleuries, on a préparé un quatrième échantillon d'huile essentielle (rendement 0,1960 pour 100).

» Dans l'intervalle, l'inflorescence d'un grand nombre de plantes avait été modifiée par une piqûre d'insecte, ainsi que je l'ai indiqué il y a deux ans (*Bull. Soc. chim.*, 3ᵉ série, t. XIX, p. 117). Pour écarter toute cause accidentelle de métamorphose des principes constitutifs de l'huile essentielle, les tiges modifiées ont été soigneusement écartées.

» Je résume dans le Tableau ci-dessous les résultats de l'étude des quatre produits préparés dans les conditions que je viens d'indiquer.

	Essence extraite avant la formation des boutons.	Essences extraites après la formation des boutons — *a* feuilles.	*b* inflorescences.	Essence extraite de plantes en fleurs.
Densité à 18°	0,9025	0,9016	0,9081	0,9200
Pouvoir rotatoire à 18° ($l = 100^{mm}$)	— 24° 10′	— 26°	— 20° 15′	— 2° 37′
	Pour 100.	Pour 100.	Pour 100.	Pour 100.
Éthers du menthol (calculés en acétate de menthyle)	3,7	10,3	7,5	10,7
Menthol combiné	2,9	8,1	5,9	8,4
Menthol libre	44,3	42,2	29,9	32,1
Menthol total	47,2	50,3	35,8	40,5
Menthone	5,2	4,2	16,7	10,2

(¹) Travail fait au laboratoire de Chimie organique de la Sorbonne.

(²) Ces produits m'ont été offerts par M. Jeancard, ingénieur des arts et manufactures, à qui je suis heureux d'adresser mes meilleurs remercîments.

» Si, au second stade du développement, les plantes avaient été distillées sans séparer les inflorescences, l'huile essentielle, ainsi que l'indique le calcul, aurait renfermé 9,6 pour 100 d'éthers, c'est-à-dire 7,6 pour 100 de menthol combiné, 39 pour 100 de menthol libre, 46,6 pour 100 de menthol total et 7,5 pour 100 de menthone.

» En résumé, au début de la végétation de la menthe, l'essence est riche en menthol, mais une faible proportion de cet alcool se trouve à l'état combiné; la menthone n'y existe encore qu'en petite quantité. *Au fur et à mesure que les parties vertes se développent, la proportion d'alcool combiné augmente,* comme je l'ai déjà indiqué pour d'autres alcools et comme j'aurai l'occasion de le faire remarquer plus tard dans différents cas encore.

» Cet enrichissement de l'essence en éthers n'a lieu, en réalité, que dans les feuilles. Au contraire, *lorsque l'huile essentielle, accomplissant son évolution, émigre vers les sommités fleuries, elle devient plus pauvre en éthers.* Toutefois, le résultat se traduit finalement, dans l'ensemble de l'essence contenue dans le végétal, par une augmentation de la teneur totale en éthers, à cause du développement relativement considérable que prennent les parties vertes.

» *La proportion de menthone, très faible au début de la formation des grappes florales, augmente constamment pendant le développement de celles-ci, en même temps que diminue la richesse en menthol total.* Ainsi, l'essence extraite de plantes systématiquement privées de leurs inflorescences ne renferme qn'une faible quantité de menthone, mais elle est très riche en menthol libre et en éthers. Au contraire, l'essence préparée au moyen des grappes florales, même jeunes, contient une proportion notable de menthone et des quantités relativement faibles de menthol libre et d'éthers.

» En un mot, la formation des éthers du menthol a pour siège les parties vertes de la plante, tandis que la menthone prend plus spécialement naissance dans la fleur. Ce dernier point se trouve, d'ailleurs, corroboré par un fait que j'ai signalé en 1898, à savoir : si la menthe poivrée se trouve modifiée par une piqûre d'insecte de façon à subir une sorte de castration, on voit disparaître, en même temps que les fleurs, la majeure partie de la menthone.

» On voit que le menthol, ayant pris naissance pendant la formation des parties vertes de la plante, s'éthérifie partiellement dans les feuilles, l'éthérification se manifestant ici encore comme une conséquence du phénomène de chlorovaporisation. Ensuite, lorsque les grappes florales se forment, une certaine quantité d'essence s'y accumule et le menthol, tant à l'état libre qu'à l'état combiné, s'y convertit en menthone par oxydation.

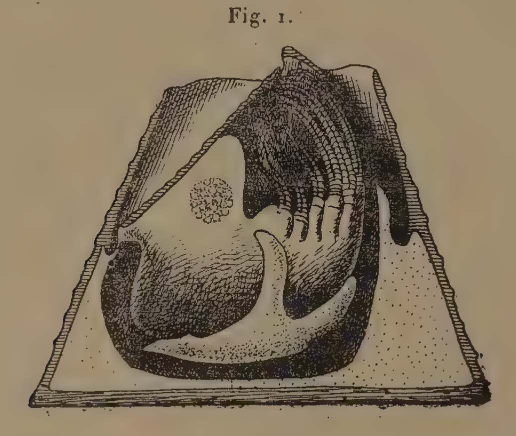
» Ces conclusions concordent parfaitement avec les récentes et fort intéressantes études de M. Curtel (*Ann. des Sciences naturelles*, 8e série, t. VI, p. 221 : *Bot.*) sur la Physiologie de la fleur. »

ZOOLOGIE. — *Sur un Épicaride nouveau, le* Crinoniscus equitans ([1]). Note de M. **Ch. Pérez**, présentée par M. Edmond Perrier.

« J'ai découvert en septembre dernier aux environs du Royan (embouchure de la Gironde) un Épicaride nouveau, parasite de *Balanus perforatus* Bruguière, auquel je donne le nom de *Crinoniscus equitans* (n. g.; n. sp.)

» La femelle adulte est un des types les plus curieux de ce groupe d'Isopodes parasites, déjà riche en formes étranges. Elle est uniquement constituée par un sac chitineux, hyalin et turgescent, en forme d'étoile à quatre branches, dont l'aspect rappelle un peu celui d'une fleur de lis héraldique, longue de 5^{mm} à 7^{mm}. Unique dans chaque Balane infestée, le parasite femelle occupe toujours par rapport à l'hôte une position fixe et parfaitement déterminée : il est cramponné à sa face dorsale comme une serre d'oiseau de proie (*fig.* 1). Le plan de symétrie de la Balane et celui de

Fig. 1.



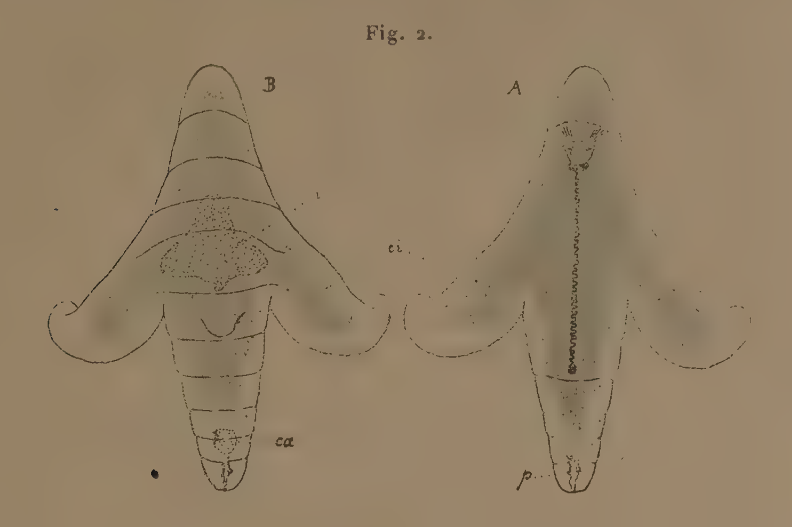
l'étoile coïncident; ce plan représente le plan de symétrie de l'Isopode primitif, et, comme le montrent les vestiges perceptibles de l'organisation interne, l'orientation du parasite est exactement la même que celle de l'hôte : c'est la face ventrale de l'Isopode qui s'applique sur la face dorsale du Cirripède, et les extrémités antérieure et postérieure des deux Crustacés sont respectivement dirigées dans le même sens.

» La face dorsale présente des constrictions plus ou moins accusées, ou tout au moins des lignes marquant les limites des segments primitifs. En général chez les fe-

([1]) Travail du Laboratoire de Zoologie de l'École Normale supérieure.

melles adultes, on ne peut distinguer une segmentation que dans la région postérieure. Dans un exemplaire cependant (*fig*. 2, B) les lignes de séparation sont visibles jusque dans la région antérieure. Chez le vivant, on voit battre, sous les deux avant-derniers segments, un cœur réduit à une petite vésicule contractile à parois extrêmement minces et d'où ne part aucune artère (*fig*. 2, B, *cœ*).

Fig. 2.



» La face ventrale (*fig*. 2, A) présente, vers son quart antérieur, la tête, légèrement saillante et réfléchie en avant; on n'y distingue plus aucun autre organe que deux amas pigmentaires, vestiges des yeux. La ligne médiane ventrale est occupée par un raphé sinueux, se terminant juste en arrière de la tête à un orifice en forme de croissant, et postérieurement, dans le deuxième segment qui suit les expansions latérales du corps, à un second orifice ovale. Ces orifices servent respectivement à l'entrée et à la sortie du courant d'eau traversant la cavité incubatrice. Celle-ci remplit presque entièrement l'espace compris à l'intérieur des téguments (*fig* 2, *ci*); tout porte à croire qu'elle est formée par un reploiement ventral des bords des segments thoraciques, et que le raphé représente la suture ou mieux la ligne d'engrènement déhiscente de ces bords finement festonnés.

» Dorsalement par rapport à la cavité incubatrice on trouve les vestiges de l'intestin moyen (*fig*. 2, B, *i*) et à l'extrémité postérieure ceux du proctodœum (*fig*. 2, *p*).

» Les œufs sphériques, chargés de vitellus, ont 140 μ de diamètre. Le développement, qui a lieu dans la cavité incubatrice, paraît être celui d'un Isopode typique, et conduit à une première larve libre, aveugle, qui ressemble beaucoup à celle de l'*Hemioniscus balani* Buchholz et du *Podascon Chevreuxi* Giard et Bonnier. Les antennes sont terminées par deux longues soies plumeuses. Les six péréiopodes sont construits sur le même type, le propodite étant dilaté en une main, dont le bord porte deux soies en éventail, sur lesquelles se ferme un dactylopodite en griffe. Les cinq pléopodes sont semblables entre eux, biramés. Je mentionnerai enfin la présence d'un tube anal, et le grand développement des uropodes, qui longs, avec leurs soies, de 180 μ, le sont presque autant que tout le reste du corps.

» Le mâle présente la forme cryptoniscienne typique : petit Isopode long de 1100 μ, large de 450 μ, libre, très agile, à yeux latéraux bien développés, à antenne de neuf articles. Les deux premiers péréiopodes sont trapus et ramenés sous le thorax; les cinq suivants sont des pattes ambulatoires déliées; les cinq pléopodes sont biramés.

» Une particularité qui mérite d'être signalée est que la lame basilaire de l'antennule présente en arrière un bord dépourvu de dents; les épaulettes coxales en sont également dépourvues.

» Chez un de ces mâles j'ai observé du côté antéro-interne de chaque testicule l'ébauche d'un organe que la comparaison avec les coupes d'*Hemioniscus*, que MM. Mesnil et Caullery ont eu l'amabilité de me communiquer, indique nettement comme le début d'un ovaire. Je crois donc, sans avoir suivi comme ces auteurs la métamorphose complète, pouvoir conclure à l'hermaphrodisme protandrique.

» J'ai observé dans la même localité l'*Hemioniscus balani* Buchholz parasite du *Balanus balanoïdes* Linné et un *Hemioniscus* grégaire, parasite du *Balanus improvisus* Darwin qui paraît être une espèce nouvelle.

» Un travail plus étendu sur ces Epicarides paraîtra très prochainement. »

BOTANIQUE. — *Développement des azygospores d'*Entomophthora. Note de M. **Paul Vuillemin**, présentée par M. Guignard.

« Chez plusieurs espèces d'Entomophthorées où l'œuf est inconnu, il est admis que certains organes conservateurs asexués en tiennent la place. Le nom d'*azygospores* qu'on leur attribue fait songer à des organes sexuels supprimés, à un phénomène d'apogamie. Cette opinion n'est appuyée jusqu'ici que sur des analogies superficielles de forme et de fonction. La structure et le développement des azygospores sont inconnus.

» M. Cavara, dans ses importantes observations cytologiques sur les Entomophthorées (*Nuovo Giornale botanico italiano*, octobre 1899), nous fournit pourtant un renseignement important, mais dont la valeur restait incertaine, car la jeunesse des organes observés laissait des doutes sur leurs fonctions.

» L'*Entomophthora Delpiniana*, étudié par M. Cavara, est très voisin de l'*E. glœospora*. Comme l'espèce que j'ai décrite en 1887, il offre d'énormes noyaux, isolés dans les conidies. Dans certaines préparations, beaucoup

d'hyphes renflent leur extrémité en une volumineuse ampoule piriforme qui s'isole par une cloison. Le noyau, d'abord unique, se divise plusieurs fois. L'auteur a vu le nombre des noyaux s'élever à huit et suppose qu'il pourrait s'en former davantage; mais il n'a pas suivi le développement ultérieur; les ampoules les plus âgées avaient gardé une membrane mince. M. Cavara en conclut qu'il s'agit d'une formation d'azygospores frappées, soit de dégénérescence, soit d'un arrêt de développement.

» Mes recherches personnelles sur l'*E. glœospora* me permettent de confirmer l'interprétation proposée par M. Cavara. Les organes qu'il décrit sont effectivement des azygospores jeunes. Celles de l'*E. glœospora* débutent de la même façon, puis continuent leur évolution d'une manière qui me paraît digne d'attention.

» L'*Entomophthora glœospora* abonde, pendant certains automnes, sur les *Mycetophila* fixés aux Champignons les plus divers (*Tricholoma, Lactarius, Russula,* etc.). En 1894, j'ai trouvé abondamment les azygospores de ce parasite dans des conditions qui permettent d'en suivre aisément le développement.

» Tandis que les filaments qui s'échappent des articulations du corps de l'insecte se couvrent de conidies, ceux qui s'engagent dans les pattes donnent des spores durables dans la gaine étroite et rigide formée par le tégument chitineux. Si l'on détache un article d'une patte d'un *Mycetophila* tué par l'*Entomophthora,* on a parfois la chance de trouver des spores tarichiales mûres entassées au sommet, et toute la série des formes plus jeunes échelonnée jusqu'à la racine du membre. A ce même point se détachent librement des filaments porteurs de conidies. L'influence du milieu sur la substitution des azygospores aux spores aériennes se révèle ainsi d'une façon frappante.

» Les tubes engagés dans les pattes émettent de courtes ramifications qui se renflent aussitôt; ils se dilatent aussi sur leur trajet même. Exceptionnellement, deux renflements se suivent de si près que les cavités de deux azygospores se confondent; l'une d'elles reste généralement petite, mais de même structure que l'autre. Les azygospores sont terminales, latérales ou intercalaires. Les restes non transformés des filaments disparaissent à la longue.

» L'ampoule se dilate et atteint rapidement sa taille définitive. Alors seulement, ou vers la fin de la période d'expansion, le noyau se divise. Les bipartitions répétées donnent jusqu'à 16 noyaux. Ce nombre, que je n'ai pas vu dépasser, paraît être le terme normal de la division. Certaines partitions peuvent manquer et le nombre maximum tombe à 15, 14, 12 et même moins. Jusque-là, la membrane est restée mince, semblable à celle des filaments végétatifs.

» Le phénomène inverse s'accomplit par le rapprochement des noyaux et leur fusion deux à deux. Le nombre diminue progressivement suivant ce procédé à mesure que l'endospore s'épaissit.

» L'épaisseur de la membrane, qui était de $0^{\mu},5$ environ dans une ampoule à 16 noyaux, atteint $0^{\mu},75$ dans une ampoule à 10 noyaux dont la plupart rapprochés par

paires; elle dépasse 1^{μ} dans une ampoule à 8 noyaux; elle a $1^{\mu},6$ dans une ampoule à 4 noyaux, $2^{\mu},8$ dans une autre à 3 noyaux. L'épaississement s'accélère avec les dernières fusions. L'épaisseur définitive de 4^{μ} à $5^{\mu},6$ est réalisée quand il reste deux noyaux. Pendant toute la série des divisions et des fusions, les noyaux n'ont pas beaucoup varié de volume : les diamètres de $3^{\mu},5$ à 5^{μ} s'observent à tous les stades. Pourtant les deux derniers noyaux sont plus volumineux que les autres et diffèrent sensiblement l'un de l'autre, bien qu'ils soient également nucléolés et également chromatiques. L'un s'aplatit contre la membrane en un fuseau long de 9^{μ} à 12^{μ}, épais de $2^{\mu},5$ à $2^{\mu},8$; l'autre, resté sphérique ou un peu elliptique, mesure $5^{\mu},5$ à 7^{μ}.

» Ce stade paraît durer assez longtemps, si l'on en juge à la fréquence des azygospores à deux noyaux. À la maturité, on ne voit plus qu'un noyau. Les deux derniers se sont sans doute fusionnés à leur tour, car je les ai vus une fois étroitement accolés.

» En même temps la membrane, sans s'épaissir davantage, devient plus imperméable et ne laisse plus pénétrer les réactifs colorants. Dans le stade à noyau unique, j'ai vu une seule fois cet organe coloré au vert de méthyle, mais il reste facilement reconnaissable à sa situation, à sa forme et à sa structure.

» L'azygospore mûre est sphérique, incolore; rarement un mamelon saillant occupe le point d'insertion; l'épispore mince est bien distincte de l'endospore d'aspect cartilagineux. Le protoplasme, refoulé à la périphérie, se compose d'îlots réguliers bombés vers l'intérieur, simulant une mosaïque ou une assise de cellules sans noyau. Le noyau fusiforme est couché dans ce cytoplasme. L'intérieur est rempli de grosses gouttes d'aspect huileux.

» Dans un article de patte de *Mycetophila* contenant 56 azygospores, les 8 premières avaient de 9 à 16 noyaux, les 4 suivantes 9, les 3 suivantes 5 et 4; la seizième et la dix-huitième avaient 2 et 3 noyaux bien colorés comme les précédentes. Toutes les autres étaient mûres. J'ai observé dans d'autres articles une succession analogue.

» Cette évolution ne saurait être directement assimilée aux phénomènes sexuels; pourtant l'idée d'apogamie se concilie avec elle. L'apparition d'un élément multinucléé chez une espèce où, pendant le reste de l'existence, les noyaux restent écartés dans des domaines propres, malgré l'absence de cloisons régulières, pourra être interprétée dans le sens d'un indice atavique; si on lui attribue cette signification, elle est de nature à montrer que l'état multinucléé des *Empusa* est antérieur à l'état uninucléé de certains *Entomophthora* et des *Basidiobolus*, et que les Entomophthorées sont plutôt un groupe dérivé des Phycomycètes qu'un type initial. »

PHYSIOLOGIE. — *Rapport entre la variation d'excitation des nerfs et la variation de densité des courants excitateurs à différents potentiels.* Note de M. **Stéphane Leduc**, présentée par M. d'Arsonval.

« Les expériences décrites à la fin de cette Note établissent que, *pour une même variation de densité du courant excitateur dans le nerf, la variation*

correspondante de l'excitation (augmentation ou diminution) *est d'autant plus grande qu'elle s'effectue sous une tension plus élevée, d'autant moindre que le courant excitateur a une tension plus faible.*

» Cette constatation explique quelques-uns des phénomènes observés en excitant les nerfs de l'homme avec les courants électriques; elle révèle les relations de ces phénomènes entre eux; elle donne aux médecins des raisons scientifiques pour choisir le courant à employer suivant le but à atteindre.

» Les courants électriques pénétrant dans les tissus suivant les mêmes lois subissent, pour les mêmes profondeurs, les mêmes diminutions de densité. Puisque l'expérience nous révèle que, pour une même diminution de la densité, l'excitation produite par les courants de tension élevée (courants induits) diminue beaucoup plus que celle exercée par les courants de basse tension (courants voltaïques), nous n'avons plus besoin, pour expliquer l'inexcitabilité par les courants induits des nerfs profondément situés, comme les nerfs optiques et acoustiques, de supposer que ces courants pénètrent moins profondément que les courants voltaïques, ce qui impliquerait l'hypothèse de la propagation de chacun de ces courants suivant des lois différentes.

» Les excitations électriques, en pénétrant dans les tissus, s'affaiblissant d'autant moins que le courant excitateur a un plus faible potentiel, on devra pratiquer les excitations sous une tension d'autant moindre que l'on voudra agir plus profondément.

» Puisque, en pénétrant dans les tissus, les excitations s'affaiblissent d'autant plus rapidement et s'éteignent d'autant plus vite qu'elles se font sous un plus haut potentiel, on localisera d'autant mieux les excitations que l'on excitera les nerfs sous des tensions plus élevées.

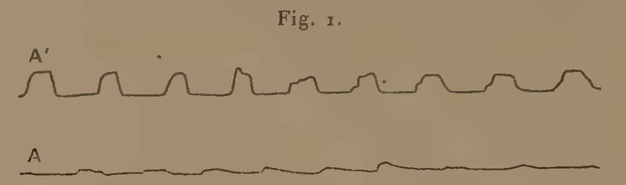
» Les excitations électriques, en pénétrant dans les tissus, s'affaiblissant d'autant plus qu'elles s'effectuent à une tension plus forte, pour exercer à la même profondeur le même degré d'excitation il faut produire à la surface une excitation d'autant plus vive que le courant aura lui-même une tension plus élevée. Les nerfs profonds s'excitent donc avec une sensation d'autant plus faible que le courant excitateur a lui-même une plus faible tension.

» Expériences. — Nous choisissons deux courants de tensions différentes, excitant également le nerf; par deux méthodes différentes nous faisons varier, de la même quantité, la densité du courant dans le nerf; nous apprécions par les contractions musculaires produites les variations d'excitation.

» Nous avons fait un grand nombre d'expériences par chacune des deux méthodes; les résultats ont été constants et tellement marqués qu'ils ne peuvent laisser place au doute dans leur interprétation.

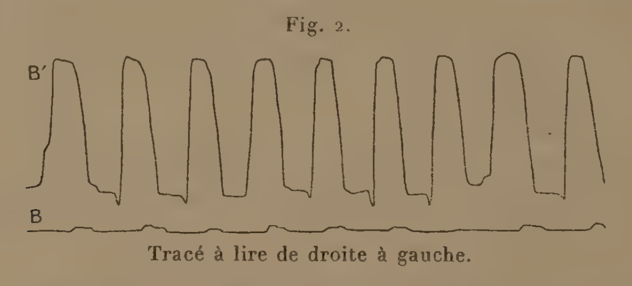
» *Première méthode.* — Nous prenons un courant voltaïque interrompu environ quatre-vingts fois par seconde, de façon à exciter les nerfs moteurs avec un potentiel aussi bas que possible. L'expérience est faite sur l'homme. Une grande électrode indifférente est placée loin du nerf à exciter; une électrode active, circulaire, de 8^{cm} de diamètre, est placée sur le nerf à exciter; le courant passe toutes les deux secondes et est réglé de façon à produire dans les muscles les contractions minima donnant le tracé A de la *fig.* 1. Sans rien changer dans le circuit, l'électrode de 8^{cm} est remplacée

Fig. 1.



par une électrode de 4^{cm} de diamètre; ce qui, malgré la diminution d'intensité résultant de la résistance plus grande, augmente notablement la densité du courant dans le nerf; les contractions musculaires sont alors plus fortes, ainsi que le montre le tracé A′. On prend ensuite un courant induit donné par une bobine à fil fin; on dispose l'expérience comme elle l'était pour le tracé A, c'est-à-dire avec une électrode active de 8^{cm} de diamètre, et l'on règle le courant de façon à obtenir les contractions enregistrées par le tracé B (*fig.* 2). On remplace l'électrode de 8^{cm} par une électrode de 4^{cm} de diamètre, de façon à faire subir à la densité du courant dans le nerf exactement la même augmentation qu'entre les expériences A et A′, et la courbe B′ est le tracé des contractions musculaires alors obtenues. Le raccourcissement du muscle atteint son maximum, l'excitation est devenue très vive, à peine supportable.

Fig. 2.



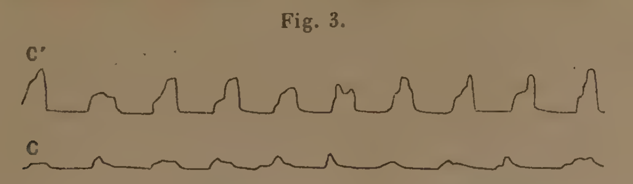
Tracé à lire de droite à gauche.

» *La* comparaison des tracés B′ et A′ montre bien que, *pour une même variation de la densité dans le nerf, l'excitation subit une variation bien plus grande pour le courant à potentiel élevé que pour le courant à faible potentiel.*

» *Seconde méthode.* — Nous prenons un appareil d'induction dont l'interrupteur est animé par un courant indépendant. Une électrode active circulaire de $0^{m},04$ de diamètre est placée sur le nerf. Une résistance est placée dans le circuit inducteur; puis, employant la bobine à gros fil, on règle sa distance de façon à obtenir les contractions musculaires donnant le tracé C (*fig.* 3); sans modifier d'autre part l'expé-

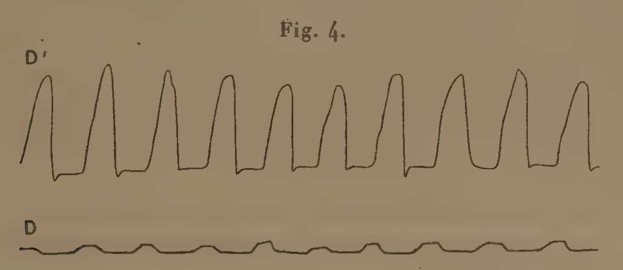
rience, on supprime la résistance du circuit inducteur, on obtient alors les contractions plus amples enregistrées par la courbe C′. La même expérience, faite avec la bobine à

Fig. 3.



fil fin, donne les contractions enregistrées par les tracés D et D′ (*fig.* 4). La comparaison des courbes D′ et C′ montre bien que *la variation de l'excitation, correspon-*

Fig. 4.



dant à une même variation d'intensité et par suite de densité, est plus grande lorsque l'excitation se fait à un potentiel plus élevé. »

PHYSIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Le quotient de la fatigue* $\frac{H}{N}$ (¹).
Note de Mlle **J. Joteyko**, présentée par M. Marey.

« Hoch et Kraepelin ont montré que le rapport des deux facteurs constituants de la courbe ergographique (hauteur totale des soulèvements exprimée en centimètres et nombre de soulèvements) était constant pour chaque individu; ces auteurs ont rattaché la hauteur totale de soulèvements au travail des muscles, leur nombre au travail des centres moteurs cérébraux.

» Appelons ce rapport *quotient de la fatigue* $\left(\frac{H}{N}\right)$ et examinons les variations qu'il subit sous l'influence de la fatigue même. On sait que les effets de la fatigue s'accumulent quand on exécute une nouvelle courbe avant que la fatigue résultant de la courbe précédente ne se soit complètement dissipée. Aux dépens de quel facteur se fait l'accumulation de la fatigue?

(¹) Travail du laboratoire Kasimir (Psychologie expérimentale) de l'Université de Bruxelles.

» Voici les résultats généraux de mes expériences faites sur neuf sujets :

» 1° Le temps de repos (cinq ou dix minutes) entre les courbes étant insuffisant pour la restauration complète, le sujet fournit chaque fois un travail mécanique moindre; dans la deuxième courbe, il ne récupère que les deux tiers de sa force primitive; dans la troisième courbe, il ne récupère que la moitié (moyenne). Cette diminution de travail mécanique se fait aux dépens des deux facteurs constituants de la courbe, mais en grande partie aux dépens de la hauteur. *A chaque nouvelle courbe, la valeur du quotient de la fatigue* $\left(\frac{H}{N}\right)$ *diminue*, ce qui signifie que la diminution de hauteur ne suit pas une marche parallèle à la diminution du nombre, mais que la diminution de hauteur est plus marquée.

» 2° Dans certains cas, où le repos de dix minutes a été suffisant pour faire disparaître toute trace de fatigue antérieure, quand il y avait par conséquent égalité du travail mécanique des deux courbes, il y avait en même temps égalité presque mathématique des deux facteurs de la fatigue.

» 3° Dans certains cas, où, après un repos de dix minutes, la deuxième courbe a présenté une valeur légèrement supérieure au point de vue du rendement par rapport à la première courbe (excitation et non fatigue), on a pu constater une légère augmentation de la valeur du deuxième facteur, ce qui revient à dire que le nombre de soulèvements s'était un peu accru.

» 4° Nous sommes donc en présence de trois cas possibles qu'il s'agit maintenant d'interpréter : *a*. Si la restauration de la fatigue est complète, le quotient de la fatigue ne varie pas. *b*. S'il y a accumulation de la fatigue, le quotient diminue. *c*. S'il y a excitation, le quotient augmente.

» J'ai eu recours aux mesures dynamométriques pour démontrer que le nombre de soulèvements est fonction du travail des centres psycho-moteurs, et cette démonstration vient confirmer l'hypothèse de Hoch et Kraepelin. On peut admettre que la valeur de l'effort dynamométrique déployé par la main gauche, qui n'a pas travaillé à l'ergographe, peut servir de mesure à l'état de repos, de fatigue ou d'excitation des centres moteurs cérébraux, état déterminé par l'accomplissement du travail ergographique avec l'autre main.

» Chez sept sujets nous voyons, d'une part la force au dynamomètre (main gauche) diminuer légèrement (perte de 20 pour 100 de la force) après une ou deux épreuves ergographiques accomplies avec la main droite, preuve de l'entrée en jeu d'un certain degré de fatigue des centres nerveux volontaires, et en même temps nous voyons également diminuer dans une faible mesure le nombre de soulèvements. Il y a parallélisme presque complet entre la décroissance de ces deux valeurs : pression dynamométrique de la main qui n'a pas travaillé et nombre de soulèvements à l'ergographe de l'autre main.

» Chez deux sujets, le travail ergographique a été incapable de déterminer des effets de fatigue appréciable des centres nerveux; le dynamomètre a accusé une excitation des centres nerveux et le nombre de soulèvements du deuxième tracé a été trouvé supérieur à celui du premier.

» 5° Dans les expériences où l'excitation des centres nerveux s'est manifestée par des effets dynamogènes ainsi que par un accroissement du nombre de soulèvements du deuxième tracé, la fatigue ergographique était exclusivement due à un épuisement d'ordre périphérique. Dans les autres expériences, le dynamomètre a accusé une diminution de l'énergie motrice des centres nerveux, et il y a eu en même temps légère diminution du nombre de soulèvements du deuxième tracé. Mais cette diminution du nombre, attribuable à la fatigue des centres psycho-moteurs, n'entre que pour une très faible part dans les phénomènes de fatigue ergographique. Les centres psycho-moteurs ne sont pas infatigables, mais ils sont incomparablement plus résistants à la fatigue que les appareils terminaux.

» 6° Au point de vue de la résistance à la fatigue, les sujets peuvent être classés en plusieurs catégories, en prenant comme mesure, soit le quotient de la fatigue dans les courbes successives, soit les évaluations dynamométriques fournies par la main qui est demeurée au repos. »

PHYSIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Nouvelle méthode pour la mesure de l'acuité auditive pour l'intensité des sons* (¹). Note de MM. **Ed. Toulouse** et **N. Vaschide**, présentée par M. Marey.

« Deux sortes d'inconvénients sont présentés par la plupart des acoumètres connus (diapason et tiges vibrantes). Les uns tiennent à ce que la matière ou la forme des corps vibrants n'est pas nettement définie, ainsi que le prouve la difficulté de faire deux diapasons de sonorité semblable. Les autres tiennent à ce que la force vive (chocs, courants électriques) qui les actionne n'est pas exactement mesurable.

» D'autres acoumètres consistent en des plaques vibrant par le choc de corps, dont la hauteur de chute mesure l'intensité du son. Le principe de ces appareils est bon, parce que les conditions plus simples de l'expérience peuvent être plus exactement définies. Aussi l'avons-nous adopté; mais nous avons remplacé par des gouttes d'eau distillées les sphères de liège, corps non défini, et les sphères métalliques qu'il est, en pratique, difficile de faire tomber à des intervalles courts et réguliers.

» Notre méthode consiste donc à faire entendre, par un sujet placé à une distance fixe, des bruits d'intensités progressives, déterminés par la chute de gouttes d'eau distillée d'un poids constant et tombant de hauteurs croissantes sur un corps métallique défini. De la sorte, les conditions du

(¹) Travail du laboratoire de M. Toulouse à l'asile de Villejuif.

phénomène sont exactement déterminées; et les mesures, prises par des observateurs différents, seront comparables entre elles.

» Notre acoumètre se compose d'un flacon rempli d'eau distillée donnant, par un robinet convenablement réglé, des gouttes dont chacune pèse $0^{gr},10$; la hauteur de l'eau au-dessus du robinet, c'est-à-dire la pression, restant constante pendant la durée de l'expérience. Les gouttes tombent sur le centre d'un disque en aluminium d'un diamètre de $0^{m},10$ et d'une épaisseur de $0^{mm},1$. Nous avons choisi ce métal qui ne s'oxyde pas et est suffisamment vibrant. Pour que les gouttes en s'accumulant ne diminuent pas le bruit de la vibration, le disque est maintenue incliné à 20°. Cette plaque vibrante donne en moyenne, pour une goutte d'eau tombant d'une hauteur variant de $0^{m},10$ à 1^{m}, quarante vibrations simples par seconde, ainsi que nous avons pu le vérifier en les inscrivant directement sur un cylindre enregistreur.

» Il faut opérer dans le silence. Le sujet a les yeux bandés et son oreille est éloignée de $0^{m},20$ du centre de la plaque vibrante. Le robinet étant et restant ouvert, on fait tomber les gouttes d'une hauteur de $0^{m},01$. A cette distance, elle n'éveille aucun bruit perceptible. On augmente peu à peu, en montant le réservoir mobile sur une crémaillère, augmentant ainsi la hauteur de la chute jusqu'à ce que le sujet accuse une sensation auditive, et l'on recommence dix fois pour avoir une moyenne donnant le minimum de la sensation. Avec une éponge rapprochée du robinet, on recueille sans bruit la goutte quand on veut faire la contre-épreuve et rechercher si le sujet croit ou dit entendre un bruit alors qu'il ne s'en produit pas. »

PHYSIOLOGIE. — *Sur les asymétries normales des organes binaires chez l'homme.* Note de M. **P. Godin**, présentée par M. Marey.

« On a quelquefois parlé des asymétries que peuvent présenter les organes pairs chez l'homme normalement conformé; on n'a jamais, que je sache, appliqué à leur détermination une méthode rigoureuse. J'ai eu recours à celle qui m'a été enseignée en 1893-1894 par M. Manouvrier; je l'ai étendue aux deux côtés du corps sur 200 jeunes hommes; voici les différences qu'elle a permis d'établir entre le côté droit et le côté gauche :

» 1. Le membre supérieur droit est plus gros que le gauche, de $0^{cm},5$.

» 2. Pour les membres pelviens, c'est, au contraire, le gauche qui l'emporte sur le droit; la différence est de $0^{cm},5$, et elle s'affirme au niveau du mollet.

» 3. La suractivité fonctionnelle est donc croisée. La nutrition plus active qu'elle entraîne doit avoir autant d'influence sur l'allongement des membres qui en sont le siège que sur leur augmentation de volume. C'est, en effet, ce qui a lieu.

» Le membre supérieur droit moins la main (humérus et radius) est plus long que le gauche de 1cm.

» Le membre inférieur gauche moins la hauteur du pied (fémur et tibia) est plus long que le droit de 1cm. Ces différences de longueur se retrouvent pour une part proportionnelle dans les segments des membres.

» 4. Les gauchers observés constituent un contrôle de valeur; chez un grand nombre, la supériorité de volume et de longueur reste croisée, mais en sens inverse.

» 5. La plus grande longueur du membre inférieur gauche chez les droitiers relève tout le côté correspondant du tronc : l'épine iliaque gauche plus haute de 1cm révèle l'inclinaison du bassin. Il en est de même de la ceinture thoracique, dont l'extrémité scapulaire gauche domine la droite de 1cm en moyenne.

» 6. Le mollet gauche, qui est le plus volumineux, est aussi plus bas que le droit de près de 1cm.

» 7. Les oreilles offrent également une notable et presque constante asymétrie : en mesurant leur grand axe vertical, on trouve 0cm,5 de plus en faveur de l'oreille gauche. »

CHIMIE ANIMALE. — *Sur la composition et la valeur alimentaire des mammifères, des oiseaux et des reptiles*. Note de M. **Balland**. (Extrait.)

« Les analyses de viandes de boucherie publiées par les divers auteurs présentent des écarts qui s'expliquent par l'impossibilité où l'on se trouve d'avoir, non seulement pour des animaux d'âge et de race semblables, mais aussi pour le même animal, des morceaux représentant une composition moyenne. Pour les recherches dont cette Communication donne les résultats on a opéré sur des morceaux présentant, autant que possible, les conditions habituelles des usages culinaires.

» La chair des quatre quartiers des principaux mammifères concourant à l'alimentation [âne, cheval (1), mulet, bœuf, veau, chevreau, lapin, mouton et porc] a donné, les couches de graisse étant écartées, 70 à 78 pour 100 d'eau; 0,50 à 1,25 pour 100 de matières minérales; 1,40 à 11,3 pour 100 de graisse et 3 à 3,5 pour 100 d'azote (18,75 à 21,87 pour 100 de matières azotées à 16 pour 100 d'azote).

» Le cœur, le foie, les poumons et les rognons contiennent les mêmes quantités d'eau et d'azote que les viandes maigres; la graisse reste au-dessous de 5 pour 100 et les

(1) En 1898, il a été livré à la consommation parisienne 21290 chevaux, 22 mulets et 205 ânes. Le nombre des étaux dans le département de la Seine, où la première boucherie hippophagique n'a été ouverte qu'en 1866, était de 190 au 1er janvier 1898 et de 195 au 1er janvier 1899. Le poids total de la viande vendue en 1898 a été de 4698890kg, supérieur de 67200kg à celui de 1897.

cendres oscillent entre 1 et 1,70 pour 100; il y a des traces de manganèse dans les poumons.

» Dans le sang de bœuf, de veau, de mouton et de porc, il y a jusqu'à 83 pour 100 d'eau, moins de 0,5 pour 100 de cendres, des traces de graisse et autant d'azote que dans les viandes des quatre quartiers, toujours moins hydratées que le sang.

» Les viandes grillées ou rôties renferment, à l'état sec, à peu près les mêmes quantités d'azote, de graisse et de matières salines que les viandes crues, au même état; mais comme, après cuisson, la proportion d'eau tombe à 64 et même à 42 pour 100, suivant l'épaisseur des morceaux et le temps pendant lequel ils ont été exposés au feu, il en résulte que, à poids égal, les viandes grillées ou rôties sont plus riches en principes nutritifs que les viandes crues.

» Les viandes bouillies ou en ragoût, mangées dans les casernes, perdent non seulement de l'eau pendant la cuisson, mais aussi des matières azotées solubles, de la graisse et surtout des matières minérales qui passent dans le bouillon des soupes ou dans les sauces des ragoûts; toutefois, à poids égal, elles sont encore plus nourrissantes que les viandes crues, toujours plus hydratées. C'est ce que montrent les analyses suivantes, faites sur un même quartier de bœuf ayant servi à préparer la soupe grasse dans une caserne [1] :

		Composition pour 100.				
		Eau.	Matières azotées.	Graisse.	Cendres.	Matières extractives et pertes.
Bœuf cru avant la mise à la marmite	à l'état normal ...	74,50	21,67	1,37	1,07	1,39
	à l'état sec.......	0,00	84,98	5,36	4,20	5,46
Bœuf bouilli au sortir de la marmite	à l'état normal ...	56,90	35,28	2,09	0,90	4,83
	à l'état sec.......	0,00	81,86	4,84	2,10	11,20

» La chair des oiseaux (canard, oie, poulet) contient les mêmes éléments nutritifs

---

[1] D'après les expériences de M. Goubaux [*Des pertes de poids qu'éprouvent, sous l'influence de la cuisson, les viandes qui servent d'ordinaire à l'alimentation de l'homme* (*Mémoires publiés par la Société nationale d'Agriculture,* t. CXXX, p. 231-281; 1886)], la viande de bœuf désossée perdrait à la marmite 29,6 pour 100 au maximum et 11,6 au minimum.

On voit, par nos analyses, que cette perte, variant suivant l'état d'engraissement des animaux, porte presque entièrement sur l'eau : la viande bouillie, de même que la croûte du pain par rapport à la mie (*Comptes rendus,* t. CXV, p. 665), renferme donc plus d'éléments nutritifs que la viande crue.

Les matières azotées (albumine, gélatine, créatine, etc.) ont été obtenues en multipliant le poids de l'azote total par le même coefficient 6,25, comme si leur teneur en azote était, pour toutes, de 16 pour 100. La différence entre le poids de la viande et le poids des éléments dosés (eau, cendres, graisse, matière azotée à 16 pour 100 d'azote) représente les pertes et les matières non dosées (glycogène, sucre, etc.) que nous désignons sous le nom de *matières extractives.*

que la chair des mammifères, mais en proportion un peu plus élevée, car la teneur en eau se rapproche de 70 pour 100. La diminution de l'eau, en dehors des faits invoqués plus haut pour les viandes de boucherie, semblerait aussi se rattacher au mode de nourriture : en effet, la chair de petites souris qui ne vivent que d'aliments peu hydratés nous a de même donné moins d'eau que la chair de bœuf. Dans les poulets rôtis, la proportion est assez voisine de 52 pour 100.

» Les œufs de poule méritent une mention spéciale. Le blanc et le jaune, pris séparément, ont une composition très différente : le premier contient 86 pour 100 d'eau avec 12 pour 100 d'albumine et 0,5 de matières minérales; le second, 51 pour 100 d'eau avec 15 pour 100 de matière azotée, le double de graisse et 1,5 de matières minérales. L'œuf, dans son ensemble, contient 75 pour 100 d'eau; il fournit donc à l'alimentation 25 pour 100 de substances nutritives. Deux œufs, sans les coquilles, pesant en moyenne 100^{gr}, il en résulte que 20 œufs représentent assez exactement la valeur alimentaire de 1^{kg} de viande. Une poule, en quelques jours, fournit ainsi son poids de substances alimentaires : c'est une véritable fabrique de produits comestibles et l'on ne saurait trop encourager l'élevage des races de poule les plus estimées comme pondeuses. En 1898, il a été déclaré à l'octroi de Paris 538299120 œufs représentant, à raison de 50^{gr}, 26914956^{kg} de matières alimentaires, soit la quantité de viande, sans les os, fournie par 168200 bœufs de 400^{kg} [1] : les deux tiers des bœufs entrés à Paris en 1898.

» La chair de grenouille présente exactement en eau et en matières nutritives la composition de la sole ou du brochet (*Comptes rendus*, t. CXXVI, p. 1729). »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur les oscillations barométriques du* 13 *au* 19 *février* 1900. Note de M. **Joseph Jaubert**, présentée par M. Georges Lemoine.

« Depuis le 13 février, les oscillations barométriques observées à Paris sont remarquables à la fois par leur amplitude et leur succession; nous donnons dans le Tableau suivant les mouvements enregistrés à la tour Saint-Jacques (alt. $60^m,75$) depuis le 13.

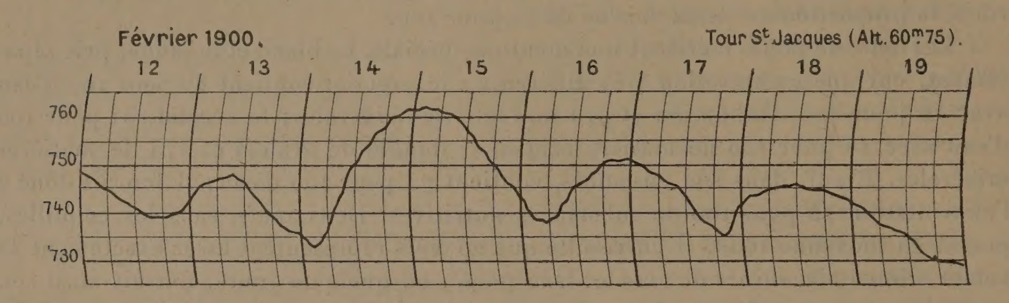
											Variations.	Durée.
				mm		h m		mm		h m	mm	h m
1900. Février	13.	Baisse	de	747,45	à	9.15	à	735,99	vers	21	11,46	11.45
»	14.	Hausse	de	732,75	à	3.	à	761,40	à	22	28,65	19. 0
»	15.	Baisse	de	761,30	à	6.	à	737,70	à	5.40 le 16	23,60	23.20
»	16.	Hausse	de	737,70	à	5.40	à	751,15	à	22. 5	13,45	16.25
»	16.	Baisse	de	751,15	à	22. 5	à	734,90	à	20.35 le 17	16,25	22.30
»	18.	Baisse	de	745,74	à	midi	à	729,00	à	23.40 le 19 [2]	16,74	35.20

---

[1] On estime qu'un bœuf sur pied donne environ la moitié de son poids de viande de boucherie et que cette viande contient 20 pour 100 d'os.

[2] Nous avons ajouté ce mouvement qui termine la série, au moment de l'impression de cette Note.

» Des mouvements d'une amplitude aussi considérable sont assez rarement constatés à Paris et ceux que nous connaissons se sont toujours manifestés au cours d'une période de troubles atmosphériques très violents et souvent de longue durée.



» Pendant le relèvement de la pression, le 14, le vent a soufflé en tempête sur Paris; durant toute la nuit, il s'est maintenu à une vitesse moyenne de 15^m à 18^m par seconde. A la tour Saint-Jacques, l'anémomètre installé à 58^m au-dessus du sol a accusé des maxima moyens de $23^m,4$; à Montsouris, à 20^m au-dessus du sol, on a constaté un maximum de 33^m à minuit 45^m. Cette bourrasque, qui a duré environ vingt heures, avait été précédée d'un fort orage; les premiers éclairs aperçus dans la soirée du 13 étaient assez intenses pour éclairer à travers le brouillard qui régnait à ce moment. Sur Paris, il a tonné à $7^h 18^m$, $7^h 30^m$, $7^h 35^m$, $7^h 38^m$, et $7^h 44^m$.

» La dépression du 19 a été également accompagnée d'un orage. Sur l'ouest de Paris, il a tonné le matin du 19 à $1^h 58^m$, $2^h 4^m$, $2^h 6^m$ et $2^h 14^m$.

» Les orages d'hiver ont été assez fréquents sur notre région en ces dernières années; ainsi, on a entendu tonner en 1891, les 13 novembre et 7 décembre; en 1892, le 4 décembre; en 1895, le 23 janvier; en 1896, le 29 février; en 1897, le 8 décembre; en 1898, les 2, 3, 7 et 22 février; en 1899, les 2 janvier et 31 décembre; en 1900, les 1er janvier, 13 et 19 février. »

La séance est levée à 4 heures trois quarts.

M. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 19 février 1900.

Leçons d'Optique géométrique à l'usage des élèves de mathématiques spéciales, par E. Wallon. Paris, Gauthier-Villars, 1900; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Cornu.)

Association française de Chirurgie. Treizième Congrès de Chirurgie. Paris, 1899 : *Procès-Verbaux, Mémoires et discussions.* Paris, Félix Alcan, 1899; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. le Dr Guyon.)

Dix feuilles de diverses Cartes nouvellement publiées par le Service géographique de l'Armée. Balkans : *Athènes.* Asie : *Nankin; Tcheng-te-Fou; Moukden; Vladivostok; îles Riou-Kiou.* Tunisie : *La Chebba; Kerker; Moknine; Environs de Sfax.* (Envoi de M. le Ministre de la Guerre.)

Annuaire de l'observatoire municipal de Paris, dit « Observatoire de Montsouris », pour l'année 1900. Paris, Gauthier-Villars, 1900; 1 vol. in-18.

Société d'encouragement pour l'Industrie nationale. Annuaire pour l'année 1900. Paris, typ. Chamerot et Renouard, 1900; 1 vol. in-16.

Archives de Médecine navale; t. LXXIII, n° 1, janvier 1900. Paris, Octave Doin; 1 fasc. in-8°.

Fallacious objections to rotary engines answered, by James Newlands Miller. Edinburgh; 1 fasc. in-8°. (With the author's compliments.)

Institut solaire international : Le Soleil intérieur. Montevideo, République de l'Uruguay, 1900; 1 fasc. in-8°.

Dietary studies of negroes in Eastern Virginia in 1897 *and* 1898, by H.-B. Frissell and Isabel Bevier. Washington, 1899; 1 fasc. in-8°.

ERRATA.

—

(Séance du 12 février 1900.)

Note de M. *A. de Gramont,* Sur quelques conséquences des formules du prisme :

Page 404, formule (1), *au lieu de* $\frac{e_{m_1}}{A+D_m}$, *lisez* $\frac{e_m}{A+D_m}$.

Page 405, formule (3), *au lieu de* $\begin{cases} A+D = e + e' \\ A+D_1 = e_1 + e'_1 \end{cases}$, *lisez* $\begin{cases} A+D = e + e' \\ A+D_1 = e + e'_1 \end{cases}$.